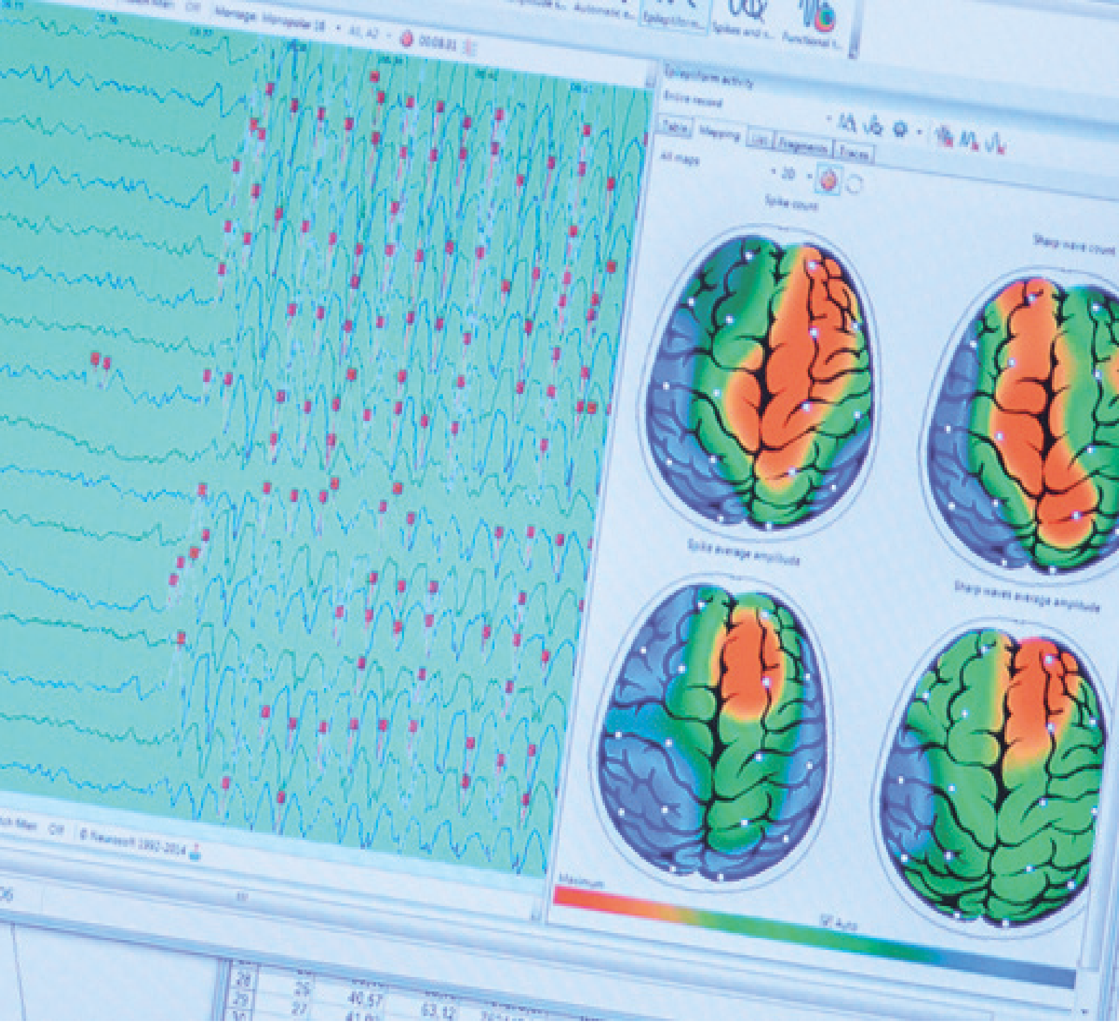


Marián Špajdel

SPRIEVODCA ANALÝZOU ROZPTYLU V PSYCHOLOGICKOM VÝSKUME

Marián Špajdel

SPRIEVODCA ANALÝZOU ROZPTYLU V PSYCHOLOGICKOM VÝSKUME

(Vysokoškolská učebnica)

TRNAVA
2020

Recenzenti:
prof. Mgr. Peter Halama, PhD.
Mgr. Juraj Holdoš, PhD

ISBN 978-80-568-0280-9

OBSAH

Úvod

Štatistika je veda zaoberajúca sa zberom, analýzou, interpretáciou a prezentáciou dát. Používa sa v širokej škále vedeckých disciplín od prírodných vied, techniky až po sociálne a humanitné vedy. Štatistické metódy môžu byť použité na zhrnutie zozbieraných dát - vtedy hovoríme o deskriptívnej štatistike. Okrem toho, vzory zistené v dátach môžu byť modelované spôsobom, ktorý umožňuje zohľadniť neurčitosť a náhodnosť a následne vyvodzovať závery na celú populáciu. To sa nazýva induktívna alebo inferenčná štatistika.

Pri písaní bakalárskych a magisterských záverečných prác, ale aj pri rigoróznych a dizertačných prácach sa veľmi často stretám so situáciou, keď študent výborne postaví cieľ výskumu, vyberie adekvátne metódy a nazbiera dostatok empirických dát. Avšak keď príde rad na štatistické analýzy nazbieraných dát, tak (pravdepodobne kvôli obave z toho, aby neurobil chybu) zvolí iba takpovediac „základné“ štatistické testy (ako napr. t-test, U-test, korelácia a pod.), hoci dáta, ktoré sú k dispozícii si priam „pýtajú“ trochu „pokročilejšiu“ analýzu. Nechcem aby tento úvod vyznel, že t-testy (a podobné testy) sú nedostatočné - to v žiadnom prípade nie sú. Ak si výskumný design vyžaduje napríklad porovnanie, ako sa dve skupiny líšia v nejakej strednej hodnote, potom ide o adekvátne riešenie. Avšak častokrát sa nazbierajú od testovaných osôb aj ďalšie užitočné dáta, ktoré je možné do analýzy zapojiť a získať oveľa detailnejšie a presnejšie výsledky. Napríklad do analýzy, či sa študenti technických a spoločenských vied líšia v rozlišovaní emočného výrazu tváre pridáme aj premenné „pohlavie respondenta“, „vek respondenta“ (prípadne ďalšie relevantné premenné) a dopracujeme sa k veľmi zaujímavým výsledkom. Samozrejme, je veľkou výhodou, ak si použitie analýzy rozptylu naplánujeme ešte pri príprave výskumu a teda budeme mať oveľa väčší priestor pri voľbe vhodných premenných a pri výbere nástrojov na ich meranie.

Cieľom tejto učebnice je ukázať, že analýza rozptylu ANOVA (ANOVA – skratka vznikla z anglických slov ANalysis Of VAriance) nie je vôbec taká zložitá, ako by sa na prvý pohľad mohlo zdať.

Najväčší problém však býva to, že v slovenskom jazyku nie je dostupný dostatok špecifickej literatúry k tejto téme. Samozrejme analýza rozptylu sa spomína takmer vo všetkých učebniciach štatistiky, avšak nebývajú dostatočne podrobne vysvetlené rôzne druhy tejto analýzy, a to predovšetkým tie, ktoré sa v spoločenských a behaviorálnych vedách používajú najčastejšie. Častým prípadom je aj to, že učebnica sa venuje hlavne matematickému pozadiu analýzy rozptylu. Naša učebnica sa zaoberá testami analýzy rozptylu, ktoré skúmajú závislosť intervalovej premennej na jednej alebo viacerých nominálnych premenných (faktoroch) predovšetkým z praktického pohľadu študenta alebo začínajúceho výskumníka, ktorý síce potrebuje porozumieť aj základnému princípu ako metóda matematicky funguje, avšak oveľa viac ho zaujíma to, ako správne naplánovať výskum a zber dát tak, aby získal presne také druhy premenných (na pripomenutie – poznáme tri druhy premenných: nominálne, ordinálne a kardinálne), aké bude potrebovať pre správny výpočet analýzy rozptylu. Aby vedel správne zvoliť druh analýzy rozptylu, ktorú použije – podľa toho overiť, či nazbierané dáta spĺňajú základné predpoklady, a nakoniec správne vypočítať a predovšetkým správne interpretovať výsledok analýzy rozptylu. Z tohto dôvodu učebnica obsahuje veľa modelových príkladov štatistických úloh zameraných na analýzu rozptylu, ktoré vychádzajú z reálnych psychologických výskumov. V poslednej kapitole čitateľ nájde aj príklady na samostatné riešenie, na ktorých si môže overiť, či dokázal zvoliť správny postup a dopracoval sa k správnym výsledkom.

Príklady v tejto učebnici sú riešené pomocou štatistického software SPSS (IBM, New York, United States), ktorý patrí medzi najrozšírenejšie štatistické programy v oblasti spoločenských a behaviorálnych vied. Všetky uvedené postupy je však možné bez problémov aplikovať aj v iných štatistických programoch.

Učebnica je vhodná predovšetkým pre študentov psychológie, ale môže byť veľmi nápomocná aj pre študentov iných spoločensko-behaviorálnych alebo lekárskych disciplín (sociológia, politológia, medicína, fyziológia a pod.).

1 Analýza rozptylu: definície, druhy analýzy a podmienky použitia

Vo výskumnej praxi často nastáva situácia, že je treba porovnať stredné hodnoty viacerých výberov, ako napríklad testovanie účinnosti rôznych druhov intervencie. Pri dvoch výberoch možno použiť dvojvýberový, alebo párový t-test. Pri viacerých výberoch sa používa analýza rozptylu. Táto metóda vychádza z potrieb biologickej, technickej a medicínskej praxe, ale aj v psychológii patrí k jednej z najčastejšie používaných metód analýzy dát.

Analýza rozptylu (ANOVA) skúma vzťah medzi závislou intervalovou premennou a jednou alebo viacerými premennými, ktoré sa nazývajú tzv. faktory. Nezávislé premenné sú spravidla nominálne alebo ordinálne škálované; v takom prípade ich nazývame „faktor". Ak sú nezávislé premenné škálované metricky (kardinálne), ide o tzv. „kovariáty".

Ako tzv. medziskupinový faktor nazývame premennú, ktorá definuje samostatné (nezávislé) skupiny osôb, napríklad mužov a ženy. O tzv. vnútroskupinový faktor ide vtedy, ak realizujeme viacero meraní na tej istej skupine osôb (napríklad meranie pred a po experimentálnom zásahu). Ak v štatistickej analýze použijeme obidva druhy faktorov dostaneme tzv. zmiešaný model analýzy rozptylu (anglicky: mixed-design ANOVA).

Najjednoduchším prípadom ANOVA je jednofaktorová analýza rozptylu. ANOVA, ktorá obsahuje viac ako jeden faktor sa nazýva viacfaktorová analýza rozptylu. Jednofaktorová analýza rozptylu nám umožňuje testovať hypotézy o rovnostiach stredných hodnôt pri troch a viacerých výberoch. Cieľom analýzy rozptylu je zistiť, či rozdiely, ktoré sme vo viacerých skupinách výskumného výberu zistili, sú štatisticky významné alebo sú iba výsledkom náhody.

1.1 Základný princíp analýzy roztpylu

Ako sme už spomínali, pri metóde ANOVA sa snažíme nájsť správnu odpoveď na otázku, či pochádzajú všetky pozorované skupiny z jednej a tej istej populácie s rovnakou strednou hodnotou. Aby sme mohli nájsť odoveď, potrebujeme porovnať priemery

jednotlivých výberov. Do úvahy však musíme brať dôležitý fakt: aj keby boli skutočné stredné hodnoty populácie identické, neočakávali by sme, že budú identické aj stredné hodnoty jednotlivých výberov z tejto populácie. Medzi strednými hodnotami výberov (aj keď budú pochádzať z identickej celkovej populácie) budú vždy existovať určité väčšie alebo menšie rozdiely, resp. odchýlky. Otázka, na ktorú budeme hľadať správanu odpoveď má preto správne znieť nasledovne: „Sú pozorované rozdiely v priemeroch jednotlivých výberov výsledkom odchýlky zpôsobenej výberom iba určitých konkrétnych osôb, alebo sa jedná o reálne rozdiely medzi strednými hodnotami viacerých pupulácií?" Táto otázka už nemôže byť zodpovedaná iba na základe vypočítaných jednotlivých výberových priemerov, ale potrebujeme tiež poznať variabilitu meraní. Pri metóde ANOVA rozlišujeme *medziskupinovú variabilitu* (tzv. skupinový súčet druhých mocnín, resp. hovorovo „štvorcov", jednotlivých meraní), a variabilitu vo vnútri skupín, vnútroskupinovú variabilitu (reziduálny súčet druhých mocnín jednotlivých meraní; ide o prirodzenú variabilitu vo vnútri našich jednotlivých výberov). Práve z tohto dôvodu sa hovorí o analýze rozptylu.

1.2 Predpoklady analýzy rozptylu

Metóda analýzy rozptylu ANOVA je založená na niekoľkých predpokladoch, ktoré musíme skontrolovať a overiť predtým, než túto metódu použijeme:

1. Závislá premenná je kardinálna.
2. Výbery sú náhodné.
3. Dáta neobsahujú žiadne extrémne hodnoty.
4. Výbery majú rovnaký rozptyl.
5. Vybrané pozorovania pochádzajúce z normálneho rozloženia.

Pozrime sa teraz detailnejšie na jednotlivé predpoklady metódy ANOVA:

1. Závislá premenná je kardinálna: Kardinálna premenná môže mať podobu buď intervalovej alebo pomerovej škály. Intervalové premenné majú pevnú jednotku merania, čo znamená, že rozdiely medzi hodnotami môžu byť porovnávané (napr. pri teplote rozdiel 3 stupňov znamená taký istý rozdiel na celej škále). Špecifické je však postavenie nuly – nie je pevné. Nulová hodnota stupnice je len formálne definovaná a jej pozícia na číselnej osi môže byť viacmenej ľubovoľná. Intervalové škály umožňujú nielen postihnúť poradie, ale aj kvantifikovať rozdiel medzi respondentmi. Nemôžeme však hodnotiť pomer medzi dvoma hodnotami. Medzi intervalové premenné patrí napríklad inteligencia vyjadrená hodnotou IQ (ak má osoba A hodnotu IQ=160 a osoba B má hodnotu IQ=80, neznamená to, že osoba A je dvakrát inteligentejšia ako osoba B). Pomerné premenné umožňujú nielen určiť rozdiel, ale dokážu určovať aj pomer medzi dvoma respondentmi. Je to dané existenciou absolútnej nuly. Ak meriame teplotu na Kelvinovej stupnici, tak vieme určiť nielen fakt, že 100 stupňov je o 50 viac ako 50, ale aj tú skutočnosť, že je to presne 2 krát teplejšie. Podobne sem patrí hrubé skóre z testu (počet správnych odpovedí) alebo reakčný čas a pod.

2. *Výbery sú náhodné:* Tento predpoklad vyzerá veľmi jenoducho, ale musíme konštatovať, že v prevažnej väčšine výsumných štúdií, ktoré využívajú metódu analýzy rozptylu, výskumné výbery vôbec nemajú charakter náhodného výberu. Veľmi často sa v týchto výskumoch spracúvaju pomocou analýz roztylu dáta z výberov, ktoré boli získané len na základe dostupnosti. Prísne vzaté, je tak použitie F-testu (ktorý využíva analýza roztylu) pochybné, pretože rozdelenie testovacích štatistík bolo odvodené pomcou predpokladu existencie náhodného výberu z jednotlivých subpopulácií a vypočítané p-hodnoty nemôžu zodpovedať korektným hodnotám. Ako uvádza Hendl (2004), v medicínskych časopisoch iba 4% štúdií dodržalo predpoklad náhodného výberu z definovanej populácie pre vytvorenie experimentálnej a kontrolnej skupiny. Pre úplnosť musíme uviesť, že všetky tieto štúdie pracovali nie s ľuďmi ale so zvieratami a teda realizácia náhodného výberu z definovanej populácie bola pomerne jednoduchá. Pri psychologických výskumných štúdiách s ľudmi je takmer nemožné dôsledne dodržať túto podmienku. Vhodnejším prístupov je apoň to, že pri experimente použijeme randomizované

priradenie osôb do jednotlivých skupín. Hoci pre nenáhodné výbery nemôžu štandardné F-testy v analýze rozpylu poskytovať veľmi presné výsledky, našťastie sa ukázalo, že so zväčšujúcou sa veľkosťou výskumného výberu sú štandardne vypočítané p-hodnoty asymptoticky platné, pokiaľ sme použili aspoň randomizované priradenie do skupín (Hendl, 2004). V diskusii k výskumu by sme však mali správne posúdiť ekologickú validitu záveru.

3. *Dáta neobsahujú žiadne extrémne hodnoty:* Podmienku, že dáta, ktoré vchádzajú do analýzy roztylu by nemali obsahovať žiadne extrémne hodnoty, je vhodné skontrolovať ešte predtým, než budeme posudzovať posledné dve podmienky (tzn. či majú dáta v skupinách rovnaký roztyl a či sú dáta v skupinách normálne rozložené), pretože prítomnosť extrémnych hodnôt môže mať výrazný podiel na tom, ako budú tieto dve podmienky vyhodnotené. Pri kvantitatívnych psychologických výskumoch nám ide o to, aby sme výsledok štatistikého testu mohli zovšeobecniť na celú populáciu. Aby sme tak mohli urobiť, potrebujeme vychádzať z dát, ktoré sú takpovediac „priemerné" a reprezentujú túto populáciu. Ak sa v našom výskumnom výbere vysktujú hodnoty ktoré silne vybočujú od priemerných hodnôt, musíme ich prítomnosť prehodnotiť, pretože v opačnom prípade nám skreslia výsledky, a následnej aj ich interpretáciu. Kedy možno vybočujúce hodnoty považovať za extrémne? Názory štatistikov sa vo všeobecnosti zhodujú na tom, že tie hodnoty, ktoré sú vzdialené od priemeru viac ako trojnásobok medzikvartilového rozpätia (tzn. trojnásobok vzdialenosti medzi prvým a tretím kvartilom) môžeme považovať za extrémne. Aj keď táto definícia extrémnych hodnôt vyznieva pomerne zložito, na jej aplikáciu je najvhodnejšie využiť škatuľkový graf, v ktorom sa automaticky všetky identifikujú všetky hodnoty, ktoré spĺňajú podmienku „extrémnosti" a vo vygenerovanom grafe sa označia hviezdičkou (viď napr. Halama, Špajdel, Žitný, 2013). Hodnoty, ktoré takto identifikujeme ako extrémne následne z analýzy úplne vylúčime - najvhodnejšie je vylúčiť osoby, ktorých sa extrémne hodnoty týkaju aj z ďalších analýz, teda ich úplne

odstrániť z výskumného výberu. Seriózne vedecké časopisy požadujú, aby výskumník pred štatistickými analýzami vykonal kontrolu dát na prítomnosť extrémnych hodnôt, to znamená, že sa nemusíme báť - nejde o žiadnu manipuláciu s dátami, ale o očistenie dát od hodnôt, ktoré by neželaným spôsobom ovyplnili výsledky.

4. Výbery majú rovnaký rozptyl: Pri vyhodnocovaní splnenia predpokladu o rovnosti rozptylov môžeme byť menej prísni, pretože výpočtová procedúra analýzy rozptylu našťastie nie je veľmi citlivá na rozdielne rozptyly jednotlivých výberov. Kedysi sa používalo nasledujúce pravidlo na približné posúdenie zhody rozptylov (a podľa toho sa výskumník rozhodoval, či vôbec bude vhodné použiť analýzu rozptylu): pokiaľ je najväčšia smerodajná odchýlka (nie rozptyl) menší ako dvojnásobok najmenšej odchýlky, môžeme použiť metódu ANOVA a získané výsledky budú korektné. Samozrejme, toto pravidlo má v súčanosti naozaj iba orientačný význam - resp. nie je vôbec potrebné vopred vyhodnocovať zhodu roztylov jednotlivých výskumných výberov, pretože priamo počas výpočtu analýzy rozptylu si aj tak správnosť tohto predbežného rozhodnutia ešte overíme exaktným testom rovnosti roztpylov (napr. Levenov test rovnosti roztyplov), ktorý sa vo väčšine štatistických programov vygeneruje automaticky pri výpočte analýzy rozptylu. Podľa tohto testu sa rozhodneme, ako budeme postupovať pri ďašom výpočte analýzy roztylu, pretože v moderných štatistických programoch sa pomocou rôznych štatistických korekcií dokáže analýza rozptylu vysporiadať aj so situáciou, kedy sa rozptyly závislej premennej v jednotlivých skupinách nerovnajú. Znamená to, že analýzu roztylu môžeme de-facto použiť bez ohľadu na to, či sa roztyly rovnajú alebo nie, iba využijeme príslušné štatistické korekcie výsledkov. Detailne si o tomto postupe povieme v nasledujúcich podkapitolách.

5. Vybrané pozorovania pochádzajúce z normálneho rozloženia: Predtým ako pristúpime k výpočtu analýzy rozptylu sa musíme detailne pozrieť na dáta, aby sme určili, či je splnená aj podmienka normálneho rozloženia dát v každej zo skupín. Pokiaľ máme veľmi

malé výskumné výbery, môže byť obtiažne určiť, či dáta pochádzajú z normálneho rozloženia premennej v populácii. Môžeme však zhodnotiť, či sú dáta približne symetrické a to napríklad tak, že v každej skupine porovnáme priemer skupiny s mediánom skupiny. V symetrickom rozložení by sa mali približne zhodovať. Symetriu dát v jednotlivých skupinách je vhodné posudzovať aj na grafickom zobrazení, napríklad na histograme alebo škatuľkovom grafe. Normalitu rozloženia dát v každej zo skupín overujeme aj pomocou exaktných štatistických testov (presný postup si opíšeme v ďalšej kapitole), platí to obzvlášť vtedy, ak máme relatívne malé výskumné výbery. Pri väčších súboroch, kde je v skupinách 100 a viac ľudí sa v „modernej" štatistike už nezvykne pozerať na presné hodnoty testov normality, ale posudzuje sa šikmosť a strmosť distribúcie. Pokiaľ sú koeficienty šikmosti a strmosti v absolútnej hodnote do 2, tak je možné distribúciu premennej považovať za normálne rozloženú. Niektorí štatistici hovoria aj o grafickom sledovaní normálneho rozloženia dát v každej skupine - a to prostredníctvom tzv. QQ-plotov (ktoré detialnejšie opíšeme neskôr).

1.3 Matematický model ANOVA

V tejto podkapitole si v krátkosti priblížime základný matematický princíp metódy ANOVA. Opísaný model platí pre jednofaktorovú anovu, ale základný princíp matematicko-štatistických úvah zostáva rovnaký aj pri zložitejších modeloch analýzy rozptylu (viacraktorová ANOVA, ANOVA pre opakované merania, zmiešaný model ANOVA).

Všeobecne povedané, ak máme istý počet meraní (k) v každej z r populácií, resp. skupín, celkový počet meraní potom bude $n=kr$.

Požívame nasledovný zápis:

- X_{ij} predstavuje j-té meranie pochádzajúce z i-tej skuipny (napr. X_{12} je druhé meranie z prvej skupiny, X_{21} je prvé meranie z druhej skupiny
- M_i predstavuje priemer i-tej skupiny
- M predstavuje priemer všetkých pozorovaní

Celkový rozptyl všetkých meraní okolo celkového priemeru (označuje sa ako S_T) sa vypočíta pomocou celkovej sumy štvorcov takto:

$$S_T = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} (X_{ij} - M..)^2$$

Rozptyl všetkých meraní okolo celkového priemeru (S_T) môže byť rozdelený na dve komponenty nasledovne:

1. rozptyl skupinových priemerov okolo celkového priemeru (tzv. medziskupinový rozptyl), ktorý označujeme S_A
2. rozptyl jednotlivých meraní okolo priemeru v danej skupiny (rozptyl v skupinách), ktorý označujeme S_E

To znamená, že:

$$S_T = S_A + S_E$$

Alebo:

$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} (X_{ij} - M..)^2 = k \sum_{i=1}^{r} (M_i. - M..)^2 + \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} (X_{ij} - M_i.)^2$$

Pre lepšie pochopenie môžeme vzorec vyjadriť aj slovne:
Celková suma štvorcov = medziskupinová suma štvorcov + suma štvorcov v skupine

Každá suma štvorcov má určitý počet stupňov voľnosti, ktoré hovoria o tom, koľko hodnôt sa môže líšiť:

- S_T porovnáva n meraní s celkovým priemerom, takže má n-1 stupňov voľnosti
- S_A porovnáva r priemerov s celkovým priemerom, takže má r-1 stupňov voľnosti
- S_E porovnáva n meraní s celkovým priemerom, takže má n-1 stupňov voľnosti

Potom platí, že (n−1) = (n− r)+(r −1), čo znamená, že stupne voľnosti spolu súvisia podobne ako sumy štvorcov: $f_T = f_A + f_E$

Priemer štvorcov pre každý zdroj rozptylu je definovaný ako suma štvorcov delená stupňom voľnosti:

$$MS_A = S_A \;/\; (r - 1)$$
$$MS_E = S_E \;/\; (n - r)$$

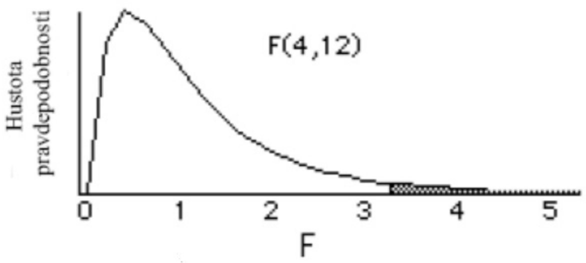
Ak platí nulová hypotéza o neexistencii rozdielov v stredných hodnotách populácie, potom hodnoty MS_A a MS_E budú veľmi podobné čísla. Na druhej strane, ak sa stredné hodnoty líšia, potom MS_A bude väčšie než MS_E (ak sa priemery populácií odlišujú, potom by sme očakávali, že aj vybrané priemery budú relatívne ďaleko od seba a tým pádom aj medziskupinová variabilita bude veľká).

Ak je teda nulová hypotéza pravdivá a neexistujú rozdiely medzi skupinami, potom pomer MS_A / MS_E bude približne rovný 1. Ak však nulová hypotéza pravdivá nie je a rozdiely medzi skupinami existujú potom bude pomer MS_A / MS_E nadobúdať hodnotu väčšiu než 1.

Pomer MS_A / MS_E je pomer rozptylov, nazýva sa aj Fisherova štatistika, alebo skrátene F-štatistika a má tzv. Fisherovo rozdelenie s *r-1* a *n-r* stupňami voľnosti.
Vo všeobecnosti môžeme F-štatistiku opísať aj nasledovne:

$$F = \frac{\text{vážený rozptyl medzi priemermi skupín}}{\text{rozptyl medzi meraniami v rovnakej skupine}}$$

Aby sme teda mohli otestovať platnosť nulovej hypotézy, používame k tomu štatistiku F = MS_A / MS_E a porovnávame ju s Fisherovým rozdlením s *r-1* a *n-r* stupňami voľnosti. Fisherove rozdelenie je taká skupina hodnôt, ktorá závisí na dvoch parametroch: stupňoch voľnosti výberových rozptylov v čitateli a menovateli F štatistiky. Fisherovo rozdelenie nie je symetrické, pretože rozptyly nemôžu byť záporné. Vrchol akéhokoľvek Fisherového rozdelenia je blízky hodnote 1. Hodnoty veľmi vzdialené od 1 vedú k zamietnuriu platnosti nulovej hypotézy.



Obr. 1.1 Príklad Fisherovho rozdelnia so stupňami voľnosti F(4,12). 5% rozloženia nadobúda vyššie hodnoty než 3,26.

Pri výpočte analýzy rozptylu pomocou software SPSS dostaneme tzv. ANOVA tabuľku, ktorá obsahuje špecifickú p-hodnotu. Táto hodnota hovorí o tom, že ak by neexistovali žiadne rozdiely medzi skupinami, tak je pravdepodobnosť na úrovni p, že by sme dostali výberové priemery presne také, ako sme dostali (napríklad p-hodnota 0,03 znamená že existuje 3% pravdepodobnosť). V spoločenských a behaviorálnych vedách platnosť nulovej hypotézy štandardne zamietame od hodnoty p=0,05.

Pre úplnosť ešte uvedieme, že pôvodná metóda ANOVA je založená na predpoklade, že veľkosť skúmaných skupín je rovnaká. Ak tomu tak nie je, tak v moderných štatistických programoch sú vzorce na výpočet sumy štvorcov a ďalších štatistických parametrov automaticky upravené tak, aby brali do úvahy rôznu veľkosť výskumných výberov.

1.4 Je normálna distribúcia závislej premennej naozaj nevyhnutná?

Takmer v každej štatistickej učebnici sa vyskytuje zmienka o tom, že jednou z podmienok analýzy rozptylu je normálne rozloženie závislej premennej v jednotlivých skupinách. Zvyčajne ihneď nasleduje malá poznámka o tom, že mierne alebo stredné narušenie normálneho rozloženia nepredstavuje pre analýzu rozptylu žiaden výraznejší problém (nazýva sa to „robustnosť testu“) a neovplyvní to výsledky. Výnimkou nie je ani naša učebnica, ako sa čitateľ

už istotne presvedčil. Chceli by sme však venovať priestor aj nedávno publikovanej štúdii Blancovej a kol. (2017), ktorí veľmi systematicky riešili, do akej miery je jednofaktorová analýza rozptylu naozaj robustná voči narušeniam normálneho rozloženia závislej premennej. Pomocou tzv. Monte Carlo simulácie autori systematicky sledovali výsledky analýzy rozptylu na dátach, ktoré boli generované pomoocu procedúry polynomiálnej transformácie a mali rôzne stupne šikmosti a strmosti (všetky analýzy prebiehali s troma simulovanými výskumnými výbermi). Okrem toho, autori sledovali aj vplyv ďalších premenných na výsledky analýzy rozptylu: 1) rovnaké alebo rôzne veľkosti výskumných výberov; 2) veľkosť jednotlivých výskumných výberov (od 5 do 160 osôb) aj celkový počet osôb (od 15 do 300 osôb); 3) rozdielny tvar distribúcie (šikmosť a strmosť) v jednolivých výskumných výberoch. Výsledky tejto rozsiahlej analýzy ukázali, že ANOVA bola robustná voči narušeniam normálneho rozloženia, a vo všetkých testovaných prípadoch poskytla správne výsledky.

Čo to pre nás znamená? Pri interpretácii výsledkov z testov normálneho rozloženia môžeme postupovať s istou benevolenciou, resp. môžeme s „čistým svedomím“ posudzovať normálne rozloženie závislej premennej v jednotlivých skupinách iba na základe grafického zobrazenia, napr. pomocou škatuľkového grafu alebo QQ-grafu. Z výsledkov Blancovej a kol. (2017) vyplýva aj to, že analýzu roztpylu môžeme použiť aj v prípade, že máme iba 5 osôb v každom výskumnom výbere a výsledky budú korektné. Je potrebné mať na pamäti, že spomenutá štúdia overovala robustnosť jednofaktorovej analýzy rozptylu, a teda pri viacfaktorovej analýze, pri analýze rozptylu s opakovanými meraniami aj pri analýze rozptylu so zmiešaným designom musíme byť postupovať oveľa konzervatívnejšie – minimálne dovtedy, kým bude naozaj explicitne overená ich robustnosť.

Pri vyhodnocovaní ostatných podmienok (niektoré sme už spomenuli, iné ešte len spomenieme na príslušných miestach tejto učebnice), medzi ktoré patrí napr. rovnosť rozptylov a sféricita, musíme byť konzervatívni a nie je na mieste rovnaká benevolencia ako pripodmienke normálneho rozloženia - pretože viacero výskumov ukazuje, že voči ich narušeniu analýza rozptylu nie je veľmi robustná (Alexander, Govern, 1994; Brown-Forsythe, 1974, Büning, 1997; Gamage, Weerahandi, 1998; Harwell et al., 1992; Chen, Chen, 1998, Lee, Ahn, 2003; Lix et al., 1996; Moder, 2010; Weerahandi, 1995; Yiğit & Gökpinar, 2010).

Súhrn

Čo sme sa naučili v tejto kapitole?

Analýza rozptylu (ANOVA) skúma vzťah medzi závislou intervalovou premennou a jednou alebo viacerými premennými, ktoré sa nazývajú tzv. faktory. Nezávislé premenné sú spravidla nominálne alebo ordinálne škálované.
Ako tzv. medziskupinový faktor nazývame premennú, ktorá definuje samostatné (nezávislé) skupiny osôb, napríklad mužov a ženy. O tzv. vnútroskupinový faktor ide vtedy, ak realizujeme viacero meraní na tej istej skupine osôb (napríklad meranie pred a po experimentálnom zásahu). Ak v štatistickej analýze použijeme obidva druhy faktorov dostaneme tzv. zmiešaný model analýzy rozptylu (anglicky: mixed-design ANOVA).
Metóda analýzy rozptylu ANOVA je založená na niekoľkých predpokladoch: 1. závislá premenná je kardinálna, 2. výbery sú náhodné, 3. dáta neobsahujú žiadne extrémne hodnoty, 4. výbery majú rovnaký rozptyl, 5. vybrané pozorovania pochádzajúce z normálneho rozloženia.
Analýza rozptylu sa počíta pomocou tzv. Fisherovej F-štatistiky: F = (vážený rozptyl medzi priemermi skupín) / (rozptyl medzi meraniami v rovnakej skupine). Pri výpočte analýzy rozptylu pomocou software SPSS dostaneme tzv. ANOVA tabuľku, ktorá obsahuje špecifickú p-hodnotu. Táto hodnota hovorí o tom, že ak by neexistovali žiadne rozdiely medzi skupinami, tak je pravdepodobnosť na úrovni p, že by sme dostali výberové priemery presne také, ako sme dostali (napríklad p-hodnota 0,03 znamená že existuje 3% pravdepodobnosť). V spoločenských a behaviorálnych vedách platnosť nulovej hypotézy štandardne zamietame od hodnoty p=0,05.
Mierne alebo stredné narušenie normálneho rozloženia nepredstavuje pre analýzu rozptylu žiaden výraznejší problém (nazýva sa to ako „robustnosť testu“). Výsledky rozsiahlej matematickej analýzy (Blanca, 20017) ukázali, že jednofaktorová ANOVA je robustná nielen voči miernym, stredným ale aj silným narušeniam normálneho rozloženia závislej premennej, a to už pri minimálne piatich osobách v každej zo skupín.

Otázky na zopakovanie učiva

- *Čo je analýza rozptylu - ANOVA?*
- *Aké druhy analýzy rozptylu poznáme?*
- *V akých prípadoch sa najčastejšie používa analýza rozptylu?*
- *Aký je rozdiel medzi intervalovou a pomerovou škálou?*
- *V čom spočíva najväčší problém s náhodnosťou výskumných výberov v spoločenských a behaviorálnych vedách? Ako ho možno najlepšie „ošetriť“?*
- *Čo sú to extrémne hodnoty v dátach a ako ich môžeme identifikovať?*
- *Môžeme realizovať výpočet analýzy rozptylu pomocou štatistického software aj v prípade, ak rozptyly jednotlivých výberov nie sú rovnaké?*
- *Akými spôsobmi môžeme posúdiť, či pozorovania pochádzajú z normálneho rozloženia dát?*
- *Ak je teda nulová hypotéza pravdivá a neexistujú rozdiely medzi skupinami, akej hodnote sa približuje pomer Fisherovej F-štatistiky MSA/MSE ?*
- *Čo hovorí hodnota signifikancie p, ktorú nám vypočíta štatistický software?*

2 Jednofaktorová analýza rozptylu

2.1 Definície a príklad

Jednofaktorová analýza rozptylu (One-Way ANOVA) je najjednoduchšou formou ANOVA, ktorá skúma vzťah medzi intervalovou a nominálnou premennou. Testuje nulovú hypotézu o zhode stredných hodnôt, pričom predpokladá, že výbery majú rovnaký rozptyl. Nulová hypotéza vyjadruje, že medzi intervalovou a nominálnou premennou nie je žiaden vzťah.

Jednofaktorová analýza rozptylu (ANOVA) se využíva pri porovnávaní stredných hodnôt (priemerov) pri troch alebo viacerých skupinách. Veľmi často sa využíva v psychologických a lekárskych experimentoch, pri ktorých sa porovnávajú napríklad rôzne terapeutické intervencie, liečené postupy alebo rôzne experimentálne zásahy.

Pre lepšie pochopenie problematiky uvedieme nasledovný príklad: Výskumníka zaujíma, ako konzumácia alkoholu ovplyvňuje výkon v teste pozornosti (sledujeme počet chýb v teste). Ak by sme chceli použiť základnú štatistickú metódu (t-test), museli by sme tomu prispôsobiť design výskumu: výskumný výber by sme rozdelili na dve skupiny, pričom jedna skupina by nekonzumovala alkohol a druhá skupina by skonzumovala určité množstvo alkoholu. Následne by sme pomocou t-testu porovnali počet chýb v oboch skupinách. Použitie analýzy rozptylu nám však umožňuje vypracovať zložitejší výskumný design, kde budeme sledovať nielen to, či osoba alkohol konzumuje alebo nie, ale môžeme sledovať aj presné množstvo skonzumovaného alkoholu a jeho vplyv na výkon v teste pozornosti. Závislou premennou bude počet chýb teste pozornosti. Nezávislá premenná bude množstvo konzumovaného alkoholu, pričom táto premenná môže mať napr. 3 úrovne (žiaden alkohol, 25 ml destilátu, 50 ml destilátu).

V nasledujúcej úlohe si ukážeme detailný postup ako overiť predpoklady pre použitie analýzy rozptylu, a tiež to, ako postupovať pri samotnom výpočete analýzy rozptylu a interpretácii výsledkov.

2.2 Postup pri výpočte jednofaktorovej analýzy rozptylu

Vezmime si nasledovný príklad, ktorý vychádza z reálneho psychologického výskumu: Výskumník prezentoval deťom vo veku 4-6 rokov obrázky, ktoré obsahovali postavy ľudí, pričom prostredníctvom eyetrackera zaznamenával očné pohyby detí. Výskumník teraz potrebuje zistiť, či sa 4, 5 a 6-ročné deti odlišujú v čase, ktorý venovali pohľadu na tváre osôb na prezentovaných obrázkoch.

- Závislá premenná: celkové trvanie zrakovej fixácie na tváre (v sekundách)
- Nezávislá premenná: vek (hodnoty: 4, 5, 6 rokov)

Na obrázku 2.1 je ukážka, ako vyzerá tabuľka zdrojových údajov v programe SPSS. Súbor obsahuje premenné *vek* a *trvanie fixácie*. V riadkoch sa nachádzajú údaje od jednotlivých probandov.

	vek	trvanie_fixacie	var	var
1	4,00	23,09		
2	4,00	19,29		
3	4,00	20,13		
4	4,00	17,69		
5	4,00	48,62		
6	4,00	39,77		
7	4,00	15,55		
8	4,00	39,81		
9	4,00	15,34		

Obr. 2.1 Štruktúra dát s premennými vek a trvanie fixácie

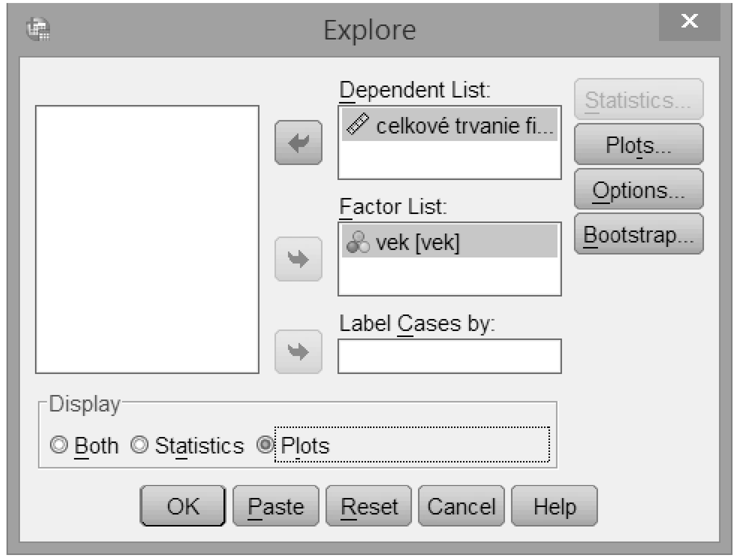
2.2.1 Testovanie normálneho rozloženia závislej premennej

Najskôr je potrebné otestovať, či má závislá premenná normálne rozloženie vo všetkých troch vekových skupinách. K tomuto účelu použijeme príkaz „Explore“ (cesta: Analyze/Descriptive Statistics/ Explore). Na obr. 2.2 vidíme dialógové okno príkazu „Explore“.

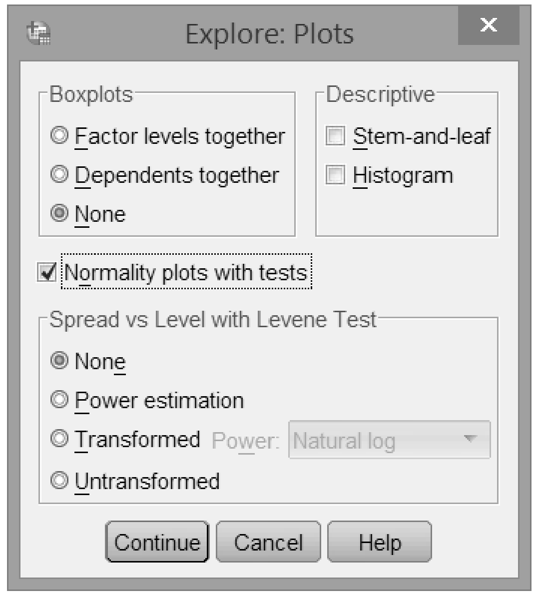
Závislú premennú *celkové trvanie zrakovej fixácie* presunieme do políčka „Dependent List“ a nezávislú premennú vek presunieme do políčka „Factor List“. Prepínač s označením „Display“ prepneme do polohy „Plots“ (viď obr. 2.2) a stlačíme tlačidlo „Plots“, čím sa otvorí dialógové okno „Plots“ (obr. 2.3). V okne nastavíme prepínač „Boxplots“ do polohy „none“, zrušíme začiarknutie políčka „Stem and Leaf“ a čo je najdôležitejšie – začiarkneme políčko „Normality plots with tests“, pretože potrebujeme vo výstupe získať tabuľku s testami normality. Ostatné nastavenia môžeme ponechať tak, ako sú. Teraz stlačíme tlačidlo „Continue“ a následne „OK“.

Vo vygenerovanom výstupe vyhľadáme tabuľku, ktorá obsahuje testy normality (Tab. 2.1). V tabuľke sa nachádza tzv. Kolmogorov-Smirnovov test normality (v modifikácii podľa Lillieforsa) a Shapiro-Wilkov test normality. To, ktorý test použijeme závisí od počtu probandov v každej zo skupín. Platí pravidlo, že ak je v skupine viac ako 50 osôb, je vhodné použiť Kolmogorov-Smirnovov test a v skupine s menej ako 50 osobami presnejšie výsledky poskytuje Shapiro-Wilkov test. V našom prípade je v každej skupine 30 osôb, preto budeme čítať výsledky Shapiro-Wilkovho testu.

Pomocou testu normality testujeme tri nulové hypotézy, ktoré hovoria o tom, že testovaná premenná je v skupine 1, 2 a 3 rozložená normálne. Hypotézu nezamietame, ak je hodnota signifikancie pre danú skupinu vyššia ako 0,05. V našom prípade nezamietame ani jednu z troch nulových hypotéz, čo znamená, že podmienka normálneho rozloženia v každej zo skupín je splnená (čítame posledný stĺpec vpravo: sig.=0,054; 0,074; 0,866).



Obr. 2.2 Dialógové okno príkazu „Explore“ s nastavením jednotlivých premenných



Obr. 2.3 Dialógové okno s nastavením „Plots“ v rámci príkazu „Explore“

Tab. 2.1 Tabuľka s výsledkami testu normálneho rozloženia

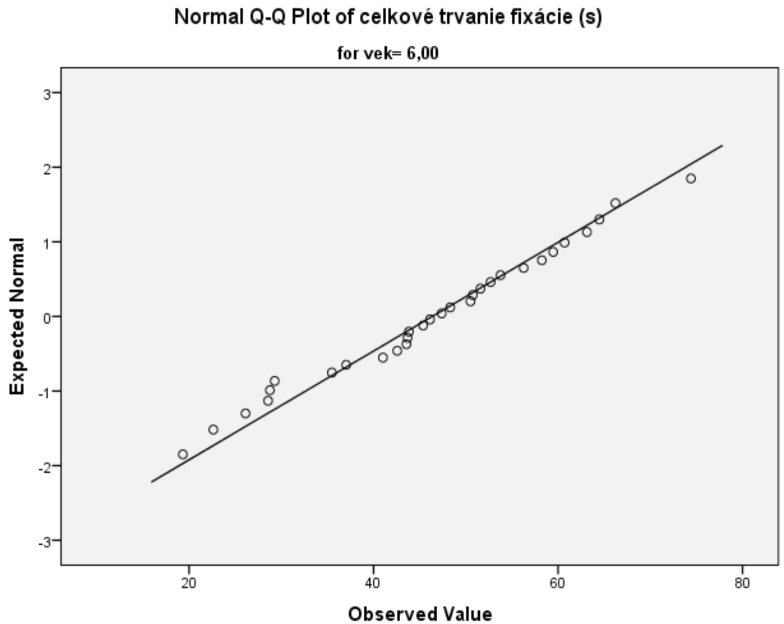
Tests of Normality

	vek	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
celkové trvanie fixácie (s)	4,00	,152	30	,049	,923	30	,054
	5,00	,134	30	,177	,937	30	,074
	6,00	,094	30	,200*	,982	30	,866

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Je potrebné poznamenať, že analýza rozptylu patrí medzi tzv. robustné štatistické metódy, čo znamená, že je „odolná“ voči miernemu narušeniu normálneho rozloženia a poskytuje aj v takom prípade spoľahlivé výsledky. Jej robustnosť k narušeniu normality rozloženia stúpa s počtom osôb v každej zo skupín. Čo sa týka robustnosti k narušeniu rovnosti rozptylov, táto robustnosť výrazne klesá pri nevyvážených počtoch osôb v skupinách. Je preto vhodné mať (aspoň približne) rovnaké počty osôb v jednotlivých skupinách.



Obr. 2.4. QQ-plot premennej Celkové trvanie fixácie v skupine 6-ročných detí

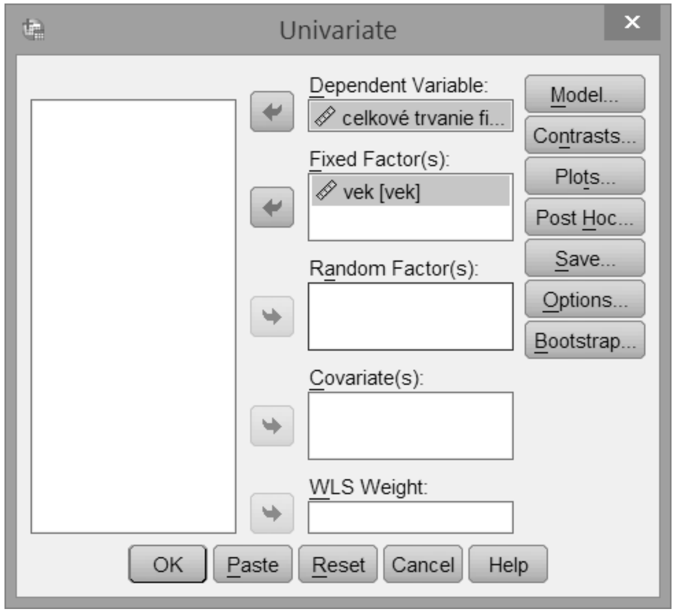
Pri väčších súboroch, kde je v skupinách 100 a viac osôb sa v „modernej“ štatistike už nezvykne pozerať na hodnoty testov normality (pretože pri väčších skupinách môžu testy ukazovať na porušenie normality aj keď je tam pre ANOVU prakticky vyhovujúca distribúcia), ale posudzuje sa šikmosť a strmosť distribúcie (k tomuto účelu môžeme použiť príkaz Analyze/ Descriptive Statistics/Explore). Pokiaľ sú koeficienty šikmosti a strmosti v absolútnej hodnote do 2, tak je možné distribúciu premennej považovať za normálne rozloženú. Niektorí štatistici hovoria aj o grafickom sledovaní, a to prostredníctvom tzv. QQ-grafov (príklad grafu je na obr. 2.4) - tieto grafy sa nám automaticky vygenerovali v rámci príkazu Explore, ktorý sme opísali vyššie. Pokiaľ sa v takomto grafe väčšina bodov nachádza na čiare alebo v jej tesnej blízkosti, je distribúcia premennej v danej skupine normálne rozložená. V našom prípade musíme samostatne posúdiť grafy pre skupinu 4, 5 a 6-ročných detí.

2.2.2 Testovanie rovnosti rozptylov a výpočet analýzy rozptylu

Nasledujúcim krokom je overenie, či sú rozptyly závislej premennej (celkové trvanie zrakovej fixácie) rovnaké vo všetkých troch skupinách. K tomuto účelu slúži Levenov test rovnosti rozptylov, ktorý je v prípade štatistického programu SPSS implementovaný priamo do výpočtu analýzy rozptylu – čiže ho nemusíme počítať samostatným príkazom, ale pristúpime priamo k výpočtu jednoduchej analýzy rozptylu. Môžeme použiť buď „klasický“ postup v podobe príkazu „One-Way ANOVA“ (cesta: Analyze/Compare Means/One-Way ANOVA), alebo použijeme menej známy spôsob výpočtu pomocou všeobecnejšieho modelu tzv. GLM - General Linear Model“ (cesta: Analyze/General Linear Model/Univariate). Ukážeme si práve tento druhý spôsob výpočtu pomocou GLM, pretože na neho potom nadviaže viacfaktorová analýza rozptylu i analýza rozptylu pre opakované merania.

Kliknutím na „Analyze/General Linear Model/Univariate“ sa otvorí príkazové okno (obr. 2.4). V tomto okne presunieme závislú premennú (celkové trvanie fixácie) do políčka „Dependent Variable“. Premennú, ktorá definuje skupiny presunieme do políčka „Fixed Factor“.

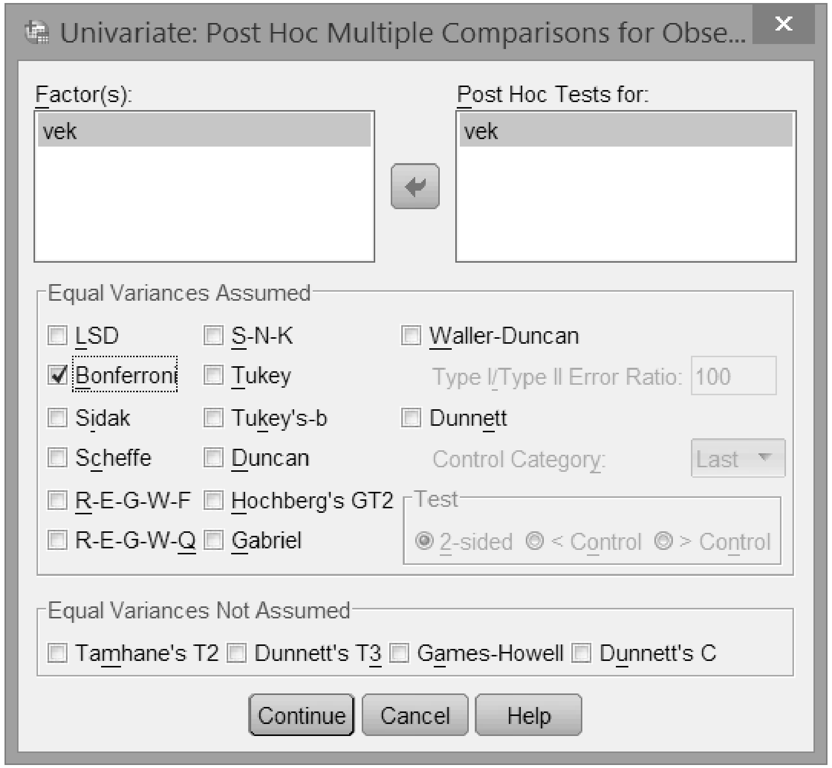
Analýza rozptylu testuje nulovú hypotézu, ktorá hovorí, že medzi skupinami nie je rozdiel v závislej premennej. Ak neskôr hypotézu na základe získaného výsledku zamietneme (hodnota signifikancie je menšia alebo rovná 0,05), budeme vedieť, že naše tri skupiny (4, 5 a 6 ročné deti) sa (globálne) líšia v trvaní zrakovej fixácie na tváre, avšak nebudeme vedieť ktorá skupina sa líši od ktorej - môže nastať napríklad prípad, že 4 a 5 ročné deti napríklad môžu mať rovnaké priemerné hodnoty fixácie a len skupina 6 ročných detí bude mať odlišnú priemernú hodnotu. Podobne môže nastať prípad, že každá skupina bude mať signifikantne rozdielne priemerné hodnoty trvania fixácie. Aby sme teda vedeli, ktorý prípad nastal, musíme si vypočítať aj tzv. post-hoc testy, ktoré (v prípade, že hlavná tabuľka analýzy rozptylu odhalí existenciu celkového rozdielu medzi troma skupinami) porovnajú ešte jednotlivé skupiny navzájom a presne určia medzi ktorými dvojicami skupín existujú signifikantné rozdiely v závislej premennej.



Obr. 2.4 Dialógové okno príkazu „General Linear Model – Univariate" s nastavením jednotlivých premenných

K zadefinovaniu výpočtu post-hoc testov sa dostaneme kliknutím na tlačidlo „Post-Hoc", čím sa otvorí dialógové okno (obr. 2.5). Premennú *vek* vyberieme a presunieme do políčka „Post Hoc Tests for" (to znamená, že chceme vypočítať post-hoc testy pre jednotlivé kategórie premennej *vek*). Následne si vyberieme zo zoznamu post-hoc testov tie, ktoré chceme vypočítať. Rôzni autori preferujú rôzne post-hoc testy. Niektoré sú „menej prísne" (napr. post-hoc test LSD), pretože nerobia žiadnu korekciu signifikancie, a je pravdepodobné, že označia ako signifikantné aj relatívne malé rozdiely medzi skupinami. Vzhľadom na to, že pri post-hoc testoch robíme viacnásobné porovnávanie skupín medzi sebou, mali by sme zvoliť taký druh testu, ktorý automaticky vykoná aj korekciu signifikancie pre viacnásobné testy (môže to byť napríklad Bonferroniho post-hoc test, ktorý použijeme aj v našom príklade). Ak by sme sa totiž rozhodli použiť „liberálnejší test" bez korekcie signifikancie, nekontrolovateľne by nám vzrástla pravdepodobnosť chyby 1. druhu. Vyberieme teda Bonferroniho post-hoc test a stlačíme tlačidlo „Continue", čím sa vrátime do hlavného dialógového okna (obr. 2.4).

Ešte predtým ako budeme pokračovať ďalej v analýzach, povieme si niekoľko slov o tom, na akom princípe funguje korekcia signifikancie, ktorú sme nastavili v predošlom odseku. Základom nutnosti použiť korekciu signifikancie je to, že ak vykonávame viacero porovnávaní skupín medzi sebou potom bez príslušnej korekcie signifikancie nám nekontrolovateľne vzrástie pravdepodobnosť chyby 1. druhu (táto chyba sa prejavuje tak, že štatistický test nám zamietne nulovú hypotézu aj za predpokladu, že táto nulová hypotéza reálne platí – pre lepšie pochopenie môžeme túto situáciu porovnať napríklad s falošne pozitívnym výsledkom tehotenského testu). Pri post-hoc testoch analýzy rozptylu totiž neporovnávame iba dve skupiny ako pri t-teste, ale porovnávame viacero skupín, a to znamená, že pri troch skupinách už musíme zrealizovať tri štatistické porovnania, pri štyroch skupinách musíme zrealizovať šesť štatistických porovnaní, atď. Čím viac takýchto porovnaní vykonávame, tým viac musíme urobiť hladinu významnosti prísnejšou. Bonferroniho korekcia signifikancie spočíva v tom, že pri realizovaní *k* porovnávaní na hladine α=0,05 nastavíme hladinu významnosti vo výpočtoch na $\alpha' = 0,05/k$. Napríklad pre 6 porovnávaní pri cekovej hladine významnosti $\alpha = 0,05$ musíme realizovať každé z týchto porovnávaní na hladine $0,05/6 = 0,0083$. Pri nastavení post-hoc testov opísanom vyššie (tzn. na Bonferroniho post-hoc test) sa toto porovnanie jednotlivých skupín zrealizuje automaticky a signifikancie sú automaticky korigované a prepočítané na príslušné hodnoty – presný matematický postup týchto korekcií nás už zaujímať, podstatné pre nás je to, že v podstate bez ohľadu na korekcie realizované v pozadí výpočtu budeme s výsledkom výpočtu aj naďalej pracovať tak, ako sme bežne zvyknutí – teda s našou „obľúbenou" hodnotu $\alpha = 0,05$.

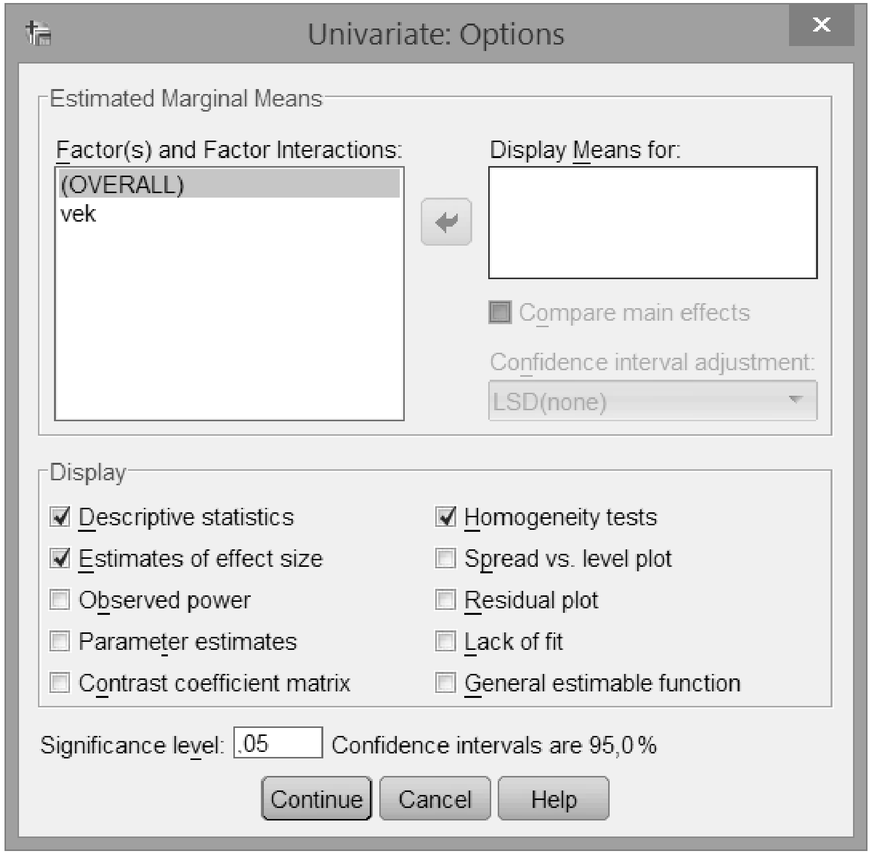


Obr. 2.5 Dialógové okno pre nastavenie post-hoc testov v rámci „General Linear Model – Univariate"

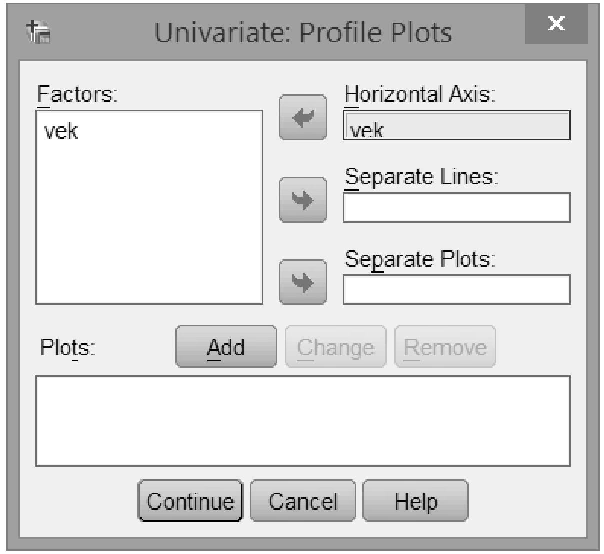
Pristúpime k ďalším nastaveniam , pomocou ktorých určíme, čo všetko bude súčasťou výstupu pri výpočte analýzy rozptylu. Stlačíme tlačidlo „Options", čím sa otvorí okno pre rozšírené nastavenia (Obr. 2.6). V sekcii „Display" označíme nasledovné položky:

- „Descriptive statistics" (aby sa vypočítali priemerné hodnoty a štandardné odchýlky závislej premennej pre každú z vekových skupín)
- „Homogenity tests" (aby sa vypočítal Levenov test rovnosti rozptylov závislej premennej)
- „Estimates of effect size" (aby sa vypočítala miera efektu, čo v prípade analýzy rozptylu je tzv. koeficient eta)

Stlačením tlačidla „Continue" sa vrátime do hlavného dialógového okna (obr. 2.4). Procedúra pre výpočet analýzy rozptylu umožňuje vygenerovať aj grafické znázornenie priemerných hodnôt v skupinách – stlačením tlačidla „Plots" zadefinujeme ako má tento graf vyzerať (Obr. 2.7). Pri jednoduchej analýze rozptylu je definovanie podoby grafu veľmi jednoduché – premennú *vek*, ktorá definuje naše skupiny presunieme do políčka Horizontal Axis (jednotlivé kategórie premennej vek budú znázornené na horizontálnej osi grafu). Nezabudneme stlačiť tlačidlo „Add" aby sa takéto nastavenie grafu zapísalo do políčka „Plots" v dolnej časti dialógového okna. Teraz sa stlačením tlačidla „Continue" vrátime do hlavného dialógového okna (obr. 2.4) a v ňom stlačíme tlačidlo „OK", čím sa spustí výpočet analýzy rozptylu, ktorý sa zobrazí vo výstupovom okne.



Obr. 2.6 Dialógové okno pre rozšírené nastavenie (Options) v rámci „General Linear Model – Univariate"



Obr. 2.7 Dialógové okno pre grafy (plots) v rámci „General Linear Model – Univariate".

2.2.3 Interpretácia štatistických výstupov jednoduchej analýzy rozptylu

Štatistický výstup analýzy rozptylu obsahuje niekoľko tabuliek a grafov, postupne si ich vysvetlíme. Prvá tabuľka (tab. 2.2) poskytuje základný prehľad o skupinách, ktoré sú kódované premennou vek, v stĺpci „N" sa zobrazuje počet osôb v každej skupine.

Nasledujúca tabuľka obsahuje deskriptívnu štatistiku, tzn. priemery a štandardné odchýlky závislej premennej (celkové trvanie zrakovej fixácie na tváre) v jednotlivých vekových kategóriách (tab. 2.3). Tieto údaje môžeme použiť do textu výskumnej správy, resp. štúdie, v prípade ak nepoužijeme grafické znázornenie týchto hodnôt.

Ďalšou v poradí je tabuľka Levenovho testu rovnosti rozptylov v skupinách (tab. 2.4). Stĺpec „F" obsahuje výsledok štatistického testu, stĺpce „df1" a „df2" obsahujú stupne voľnosti. Najviac nás však zaujíma posledný stĺpec „sig.", ktorý obsahuje hodnotu signifikancie. Levenov test testuje nulovú hypotézu, ktorá hovorí o tom, že rozptyly v jednotlivých skupinách sú rovnako veľké. Ak je hodnota signifikancie väčšia ako 0,05 (čo platí aj v našom prípade), nulovú hypotézu nezamietame, podmienka rovnosti rozptylov je splnená. V prípade že Levenov test ukáže, že rozptyly nie sú zhodné, postupujeme nasledovne:

- Ak máme rovnako veľké skupiny, môžeme vzhľadom na robustnosť analýzy rozptylu použiť všetky nasledujúce tabuľky analýzy rozptylu.
- Ak máme rôzne veľké výbery, uprednostníme tzv. Welchovu štatistiku, ktorej výpočet môžeme urobiť pomocou príkazu Analyze/Compare Means/One-Way ANOVA (v nastavení „Options" zaškrtneme políčko „Welch" a v nastavení „Post-Hoc" vyberieme niektorý z post-hoc testov v sekcii „Equal Variances Not Assumed").
- Pre úplnosť uvedieme, že v prípade analýzy rozptylu pre opakované merania postupujeme normálne ďalej a v tabuľkách štatistického výstupu vyberieme príslušný riadok podľa toho, či sú rozptyly skupín zhodné alebo nie.

Tab. 2.2 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": počty osôb v jednotlivých skupinách

Between-Subjects Factors

		N
vek	4,00	30
	5,00	30
	6,00	30

Tab. 2.3 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": deskriptívna štatistika (priemery a štandardné odchýlky)

Descriptive Statistics

Dependent Variable: celkové trvanie fixácie (s)

vek	Mean	Std. Deviation	N
4,00	27,7959	12,95549	30
5,00	35,7334	11,06034	30
6,00	46,3749	13,72630	30
Total	36,6347	14,64688	90

Tab. 2.4 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": Levenov test rovnosti rozptylov v skupinách

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable: celkové trvanie fixácie (s)

F	df1	df2	Sig.
1,712	2	87	,187

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + vek

V tabuľke „Tests of Between-Subjects Effect" (tab. 2.5) sa nachádzajú informácie obsahujúce najdôležitejšie výsledky analýzy rozptylu. Vzhľadom na komplexnosť tabuľky opíšeme len tie údaje, ktoré potrebujeme do textu výskumnej správy, resp. štúdie. V stĺpci označenom „df" sa nachádzajú tzv. stupne voľnosti - zaujíma nás konkrétne riadok s premennou vek (df=2) a riadok Error (df=87). V stĺpci označenom „F" sa nachádza výsledok výpočtu testovacieho kritéria – konkrétne nás zaujíma riadok, v ktorom je premenná *vek*, tzn. F=16,34. V stĺpci „sig." Je vypočítaná hodnota signifikancie (opäť v riadku premennej *vek*, tzn. Sig.=0,000[1]. Analýza rozptylu testuje nulovú hypotézu, ktorý hovorí, že medzi skupinami nie je rozdiel v závislej premennej. Ak je hodnota signifikancie väčšia ako 0,05, nulovú hypotézu nezamietame. Ak je hodnota signifikancie menšia alebo rovná 0,05, nulovú hypotézu zamietame, tzn. našli sme štatisticky významný rozdiel medzi troma skupinami. Na základe tohto testu však zatiaľ nevieme povedať, medzi ktorými skupinami konkrétne je signifikantný rozdiel – k tomuto účelu nám poslúži tabuľka post-hoc testov označené ako „Multiple Comparisons" (tab. 2.6).

[1] V texte štúdie nepoužívame zápis „p=0,000", ale použijeme zápis „p<0,001"

Tab. 2.5 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": štatistický test tzv. medziskupinových efektov

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: celkové trvanie fixácie (s)

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5214,246[a]	2	2607,123	16,343	,000	,273
Intercept	120789,392	1	120789,392	757,162	,000	,897
vek	5214,246	2	2607,123	16,343	,000	,273
Error	13879,031	87	159,529			
Total	139882,670	90				
Corrected Total	19093,277	89				

a. R Squared = ,273 (Adjusted R Squared = ,256)

Z údajov, ktoré doteraz máme získame štandardný zápis štatistického výsledku analýzy rozptylu: *F(2,87)=16,34; p<0,001.* Zápis sme získali dosadením hodnôt do tejto šablóny:

F(„*df premennej*", „*df Error*"**)=**„*hodnota F*"**; p=**„*hodnota sig*"

Pre úplnosť ešte uvedieme, že v stĺpci „Partial Eta Squared" (tab.2.5) je uvedená miera efektu, ktorú použijeme v prípade, ak to vedecký časopis, resp. iný druh publikácie od nás vyžaduje.

V tabuľke „Multiple Comparisons" (obr. 2.6) sa najskôr pozrieme na prvé dva stĺpce, označené ako „I „a „J" – v riadkoch sa nachádzajú jednotlivé dvojice vekových skupín 4, 5 a 6 ročných (vo všetkých vzájomných kombináciách). Stĺpec „Mean Difference (I-J)" informuje o tom, ako veľký je rozdiel medzi priemerom príslušných dvoch skupín a stĺpec „Sig." udáva hodnotu signifikancie. Ak je signifikancia väčšia ako 0,05, prijímame nulovú hypotézu o rovnosti priemerov skupín (tzn. medzi skupinami nie je signifikantný rozdiel). Ak je signifikancia menšia alebo rovná 0,05, nulovú hypotézu o rovnosti priemerov skupín zamietame (tzn. medzi skupinami existuje signifikantný rozdiel). V našom prípade sme nezistili rozdiel medzi skupinami 4 a 5-ročných detí (rozdiel je takpovediac na hranici signifikancie, keďže p=0,051). Medzi skupinami 4 a 6-ročných detí a tiež medzi skupinami 5 a 6 ročných

detí sme zistili signifikantné rozdiely. Vo výskumných štúdiách sa konkrétne hodnoty signifikancie pre post-hoc testy nezvyknú uvádzať, iba sa slovne popíše, medzi ktorými skupinami sme našli signifikantný rozdiel.

Tab. 2.6 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": tabuľka obsahujúca post-hoc testy (s aplikovanou Bonferroniho korekciou signifikancie)

Multiple Comparisons

Dependent Variable: celkové trvanie fixácie (s)
Bonferroni

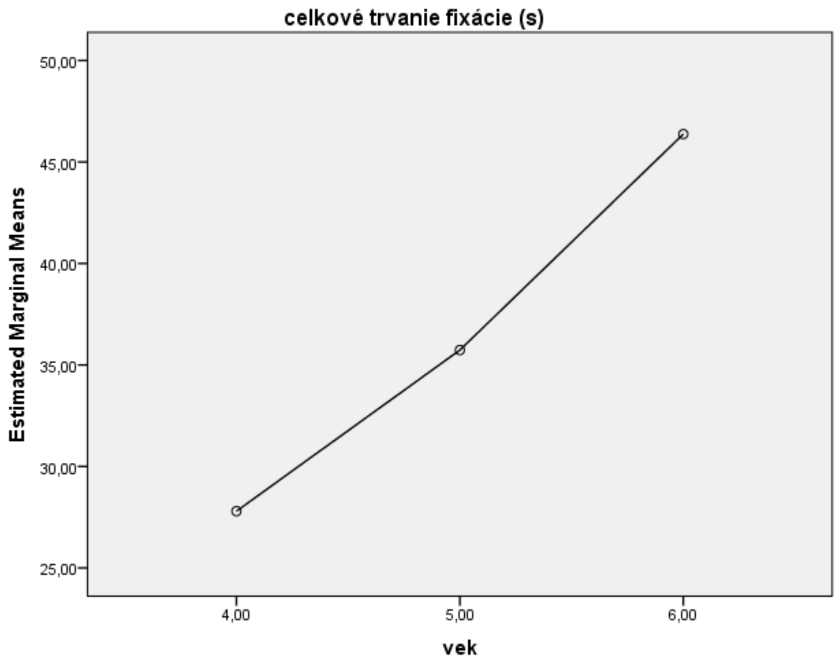
(I) vek	(J) vek	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
4,00	5,00	-7,9375	3,26118	,051	-15,8986	,0235
	6,00	-18,5790*	3,26118	,000	-26,5400	-10,6180
5,00	4,00	7,9375	3,26118	,051	-,0235	15,8986
	6,00	-10,6415*	3,26118	,005	-18,6025	-2,6804
6,00	4,00	18,5790*	3,26118	,000	10,6180	26,5400
	5,00	10,6415*	3,26118	,005	2,6804	18,6025

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = 159,529.

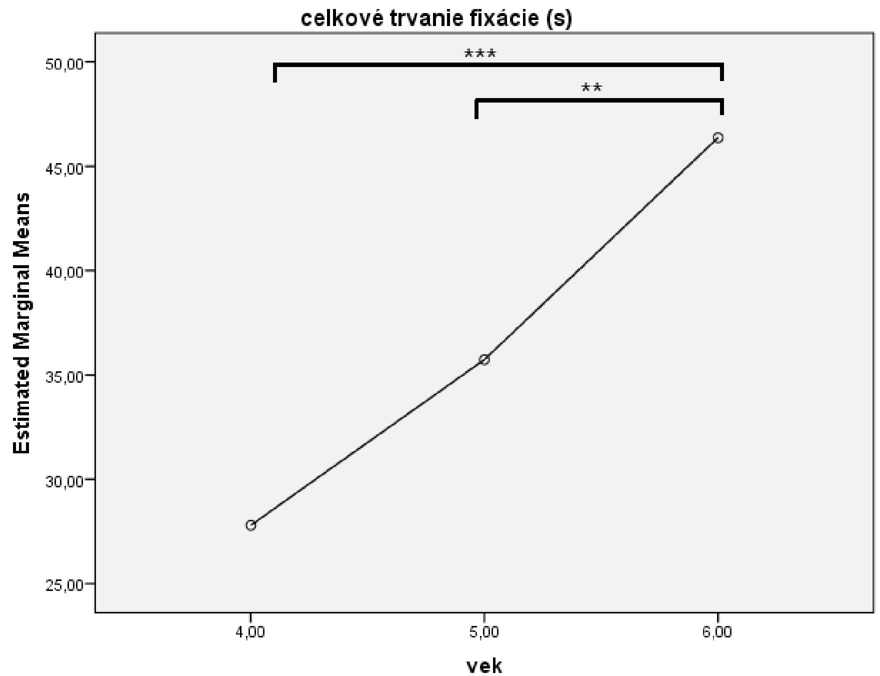
*. The mean difference is significant at the ,05 level.

V grafe (obr. 2.8) vidíme zakreslené priemery jednotlivých vekových skupín. Signifikantné rozdiely medzi skupinami je tiež možné zakresliť priamo do grafu – toto je nutné urobiť manuálne v niektorom z grafických editorov (príklad takto upraveného grafu je na obr. 2.9).

Namiesto tohto automaticky vygenerovaného grafu sa často používa tiež škatuľkový graf (obr. 2.10) – detailný postup ako vyrobiť škatuľkový graf nájdete napr. v publikácii „Štatistika pre psychológov s využitím softvéru SPSS. I." (Halama, Špajdel, Žitný, 2013).



Obr. 2.8 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate“: čiarový graf zobrazujúci priemerné hodnoty celkového trvania zrakovej fixácie v skupinách 4, 5 a 6-ročných detí

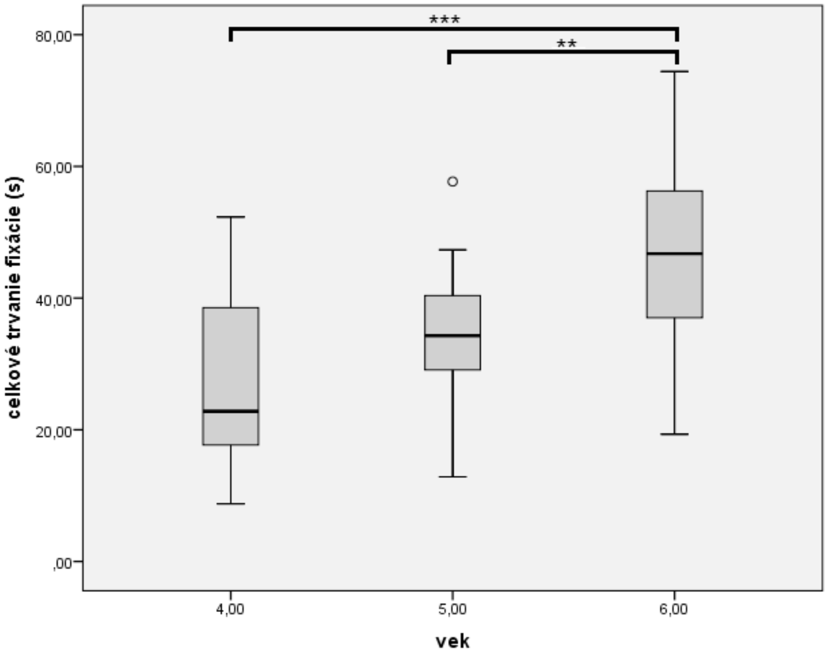


*Obr. 2.9 Čiarový graf zobrazujúci priemerné hodnoty celkového trvania zrakovej fixácie v skupinách 4, 5 a 6-ročných detí s doplnenými informáciami o tom, medzi ktorými dvojicami skupín boli pomocou post-hoc testov identifikované signifikantné rozdiely (***: p<0,001; **: p<0,01)*

2.2.4 Zápis výsledkov

Výsledok štatistického testovania zapíšeme nasledovne: *„Pomocou jednofaktorovej analýzy rozptylu sme zistili, že deti vo veku 4,5 a 6 rokov sa líšia v* dĺžke zrakovej fixácie *na tváre osôb na fotografiách /F(2,87)=16,34; p<0,001/. Bonferroniho post-hoc test identifikoval signifikantné rozdiely medzi skupinami 4 a 6-ročných detí a tiež medzi skupinami 5 a 6 ročných detí (viď obr. 2.10).“*

Namiesto grafu s priemernými hodnotami je možné na deskripciu použiť aj tabuľku s priemermi a štandardnými odchýlkami pre jednotlivé skupiny (napr. upravenú tab. 2.3). Graf a tabuľku však nepoužívame naraz, bolo by to zbytočne duplicitné uvádzanie informácií (vyberieme si podľa toho, čo lepšie ilustruje výsledky testovania).



*Obr. 2.10 Škatuľkový graf zobrazujúci distribúciu hodnôt celkového trvania zrakovej fixácie v skupinách 4, 5 a 6-ročných detí s doplnenými informáciami o tom, medzi ktorými dvojicami skupín boli pomocou post-hoc testov identifikované signifikantné rozdiely (***: p<0,001; **: p<0,01)*

Ak je to potrebné, môžeme v zápise uviesť aj hodnoty miery efektu, čo je v prípade analýzy rozptylu tzv. η^2 (Eta2, resp. anglicky „eta squared") – tieto hodnoty nájdeme v tabuľke z výsledkami analýzy rozptylu. Miera efektu hovorí o tom, aký veľký účinok (resp. význam) má zistený rozdiel medzi skupinami (viac informácií čitateľ nájde v kapitole 5). Ak použijeme údaj o miere efektu, v tom prípade by zápis vyzeral takto: /$F(2,87)=16,34$; $p<0,001$; $\eta^2=0,273$/. Podľa Cohena (1988) interpretujeme hodnoty miery efektu (pre koeficient η^2) nasledovne:

- malá miera efektu: $\eta^2 > 0.01$
- stredná miera efektu: $\eta^2 > 0.059$
- veľká miera efektu: $\eta^2 > 0.138$

V našom prípade teda hodnota $\eta^2=0,273$ znamená veľkú mieru efektu.

Na záver tejto kapitoly chceme čitateľa upozorniť na to, že tabuľky a grafy, ktoré uvádzame v tejto učebnici sú pre väčšiu názornosť ponechané v takej forme, ako ich vyprodukoval štatistický software SPSS. Ak chceme použiť niektorú z tabuliek alebo grafov do záverečnej práce, textu výskumnej štúdie a pod., musíme ich upraviť podľa požiadaviek univerzity alebo príslušného vedeckého časopisu. Najčastejšie sa používa formát Americkej psychologickej asociácie, tzv. APA normy. Ak ide o slovenskú publikáciu, v tabuľke by mal byť všetok text v Slovenčine (toto býva asi najčastejšou chybou v záverečných prácach). Taktiež platí, že nemôžeme bezmyšlienkovito skopírovať celú tabuľku, ale vyberieme z nej iba hodnoty, ktoré naozaj potrebujeme. Ako príklad úpravy tabuľky podľa noriem APA nám poslúži tabuľka 2.6, ktorú sme upravili do príslušnej podoby (viď tab. 2.7) a použili sme iba základné hodnoty. Všimneme si, že tabuľka obsahuje horizontálne čiary, ktoré oddeľujú hlavičku od údajov a tiež začiatok a koniec tabuľky. Medzi jednotlivými riadkami sa už čiary nepoužívajú. Podobne sa nepoužívajú ani vertikálne čiary. Poznámky k tabuľke sa nachádzaju priamo pod tabuľkou a vysvetľujú všetko, čo čitateľ potrebuje k správnemu pochopeniu údajov v tabuľke. Čitateľa odkazujeme na podrobný manuál APA, kde nájde všetky potrebné detailné informácie (APA, 2010).

Tab. 2.7. Post-hoc testy (vychádzame zo zdrojovej tabuľky 2.6, ktorú sme upravili podľa požiadaviek APA)

veková A	skupina B	rozdiel medzi priemermi (A-B)	p
4 r.	5 r.	-7,94	0,051
4 r.	6 r.	-18,58	< 0,001
5 r.	6 r.	-10,64	0,005

Poznámka. Závislá premenná: celkové trvanie zrakovej fixácie (v sekundách)

Súhrn

Čo sme sa naučili v tejto kapitole?

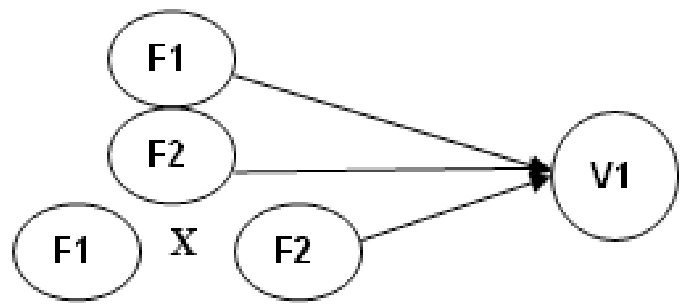
Jednofaktorová analýza rozptylu (ANOVA) se využíva pri porovnávaní stredných hodnôt (priemerov) pri troch alebo viacerých skupinách. Testuje nulovú hypotézu o zhode stredných hodnôt, pričom predpokladá, že výbery majú rovnaký rozptyl. Jedným z predpokladov pre správny výpočet analýzy rozptylu je to, aby rozptyly jednotlivých skupín boli približne rovnaké – na overenie slúži Levenov test. V prípade že Levenov test ukáže, že rozptyly nie sú zhodné, môžeme (za predpokladu, že máme rovnako veľké skupiny) vzhľadom na robustnosť analýzy rozptylu postupovať ďalej a interpretovať všetky tabuľky analýzy rozptylu.

Otázky na zopakovanie učiva

- *Pomocou akých štatistických testov testujeme normálne rozloženie premennej ak máme v skupine viac ako 50 osôb?*
- *Aký test zvolíme na posúdenie normálneho rozloženia premennej v prípade, že máme v skupine menej ako 50 osôb?*
- *Ako sa v modernej štatistike zvykne postupovať v prípade, že máme v každej zo skupín 100 a viac osôb?*
- *K akému účelu slúžia tzv. QQ-grafy?*
- *Pomocou akého štatistického testu overujeme podmienku rovnosti rozptylov závislej premennej v jednotlivých skupinách? Ako postupujeme ďalej v prípade, ak podmienka rovnosti rozptylov jednotlivých skupín nie je splnená?*
- *Keďže pri post-hoc testoch robíme viacnásobné porovnávania jednotlivých skupín medzi sebou, mali by sme zvoliť taký druh post-hoc testu, ktorý automaticky vykoná aj korekciu signifikancie pre viacnásobné testy* – aký post-hoc test sa k tomuto účelu používa?

3 Viacfaktorová analýza rozptylu

Viacfaktorová analýza rozptylu je zložitejšou formou analýzy rozptylu – na rozdiel od jednofaktorovej analýzy rozptylu uvažuje o vplyve viacerých premenných (tzv. faktorov) na závislú premennú. Pri analýze sa porovnávajú priemery nezávislých skupín. Máme jednu závislú premennú, ktorá je meraná na kardinálnej úrovni a niekoľko (2 a viac) nezávislých premenných (nominálneho alebo ordinálneho typu), ktoré nazývame faktory. Pomocou viacfaktorovej analýzy rozptylu dokážeme identifikovať hlavné efekty jednotlivých faktorov a čo je najzaujímavejšie – dokážeme zistiť aj možné spolupôsobenie viacerých faktorov (tzv. interakcie medzi faktormi), ktoré ovplyvňujú hodnoty závislej premennej (obr. 3.1). Interakciu dvoch faktorov (F1, F2) označujeme ako „F1xF2", resp. ako „F1*F2".



Obr. 3.1 Grafické znázornenie vplyvu faktorov (F1, F2) a ich interakcie (F1xF2) na závislú premennú (V1) pri dvojfaktorovej analýze rozptylu

Viacfaktorovú analýzu rozptylu používame nielen vtedy, ak porovnávame viac ako dve skupiny probandov (resp. sledujeme vplyv faktoru s minimálne troma kategóriami) – ako pri jednofaktorovej ANOVA, ale môžeme ju použiť aj vtedy, ak sledujeme vplyv niekoľkých faktorov, z ktorých každý má najmenej dve kategórie. Výhodou v porovnaní s prípadom, kedy by sme použili „obyčajný" t-test je to, že môžeme okrem hlavného vplyvu faktorov sledovať aj ich vzájomnú interakciu (vzájomné spoločné pôsobenie faktorov na závislú premennú).

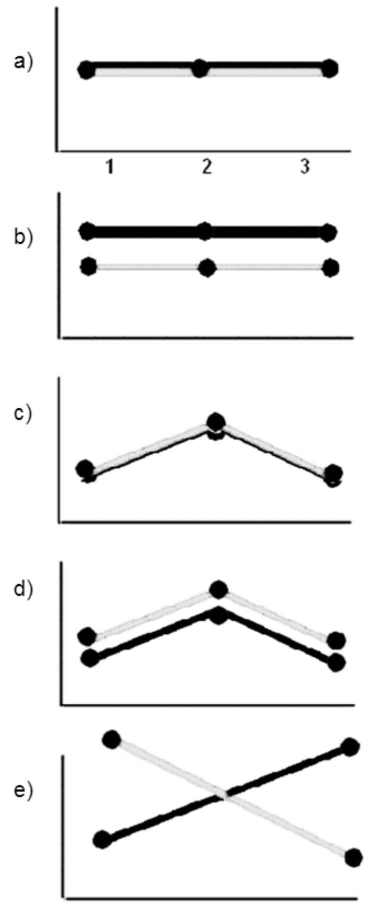
3.1 Vplyv faktorov a interakcia faktorov

Nadviažeme na jednoduchý príklad z druhej kapitoly: Výskumníkov zaujímalo, ako konzumácia alkoholu ovplyvňuje výkon v teste pozornosti (sledovali počet chýb v teste). Použitie jednoduchej analýzy rozptylu im umožnilo vypracovať výskumný dizajn, kde sledovali konkrétne množstvo skonzumovaného alkoholu a jeho vplyv na výkon v teste pozornosti. Závislou premennou bol počet chýb v teste pozornosti. Nezávislá premenná bola množstvo konzumovaného alkoholu, pričom táto premenná mala 3 úrovne (jedna skupina nepila žiaden alkohol, druhá skupina vypila 25 ml destilátu, tretia skupina vypila 50 ml destilátu). Viacfaktorová analýza rozptylu umožňuje realizovať zložitejší výskumný design štúdie, napríklad môžeme sledovať okrem vplyvu faktora *alkohol* (s kategóriami: žiaden alkohol, 25 ml destilátu, 50 ml destilátu) aj vplyv faktoru *pohlavie* na výkon v teste pozornosti - a samozrejme dokážeme identifikovať aj spomenutú interakciu faktorov alkohol a pohlavie (tzn. zistíme, či množstvo skonzumovaného alkoholu rôzne vplýva na výkon žien a mužov). Výsledok štúdie bude jeden z prípadov, ktoré sú znázornené na obr. 3.2 (ide len o modelové prípady, neuvažujeme o reálnosti týchto modelov):

- faktor *pohlavie* ani faktor *alkohol* nie je signifikantný - počet chýb v teste pozornosti je rovnaký u mužov (čierna farba) aj žien (sivá farba) pre podmienku 1 (žiaden alkohol), podmienku 2 (25 ml destilátu) aj podmienku 3 (50 ml destilátu).
- signifikantný efekt faktoru *pohlavie* - počet chýb u mužov je vyšší bez ohľadu na množstvo skonzumovaného alkoholu. Množstvo skonzumovaného alkoholu nemá efekt na chybovosť.
- signifikantný efekt faktoru *alkohol* – počet chýb v teste závisí od množstva skonzumovaného alkoholu (pri podmienke 1 a 3 je počet chýb relatívne malý, pri podmienke 2 je počet chýb najvyšší). Priemerné hodnoty pre mužov aj ženy sú veľmi podobné.

- signifikantný efekt faktoru *pohlavie* aj faktoru *alkohol* – v tomto prípade sú obidva faktory signifikantné, vidíme, že chybovosť je u žien o niečo vyššia než u mužov pri všetkých experimentálnych podmienkach 1, 2 a 3; zároveň tiež platí, že pri podmienke 2 (tzn. v skupine, ktorá vypila 25 ml destilátu) bola u žien aj mužov najvyššia chybovosť.
- interakcia faktorov *pohlavie* a *alkohol* je signifikantná, pričom hlavný efekt faktoru *pohlavie* ani faktoru *alkohol* nie je signifikantný – v tomto poslednom prípade vidíme, že priemerná chybovosť mužov a žien je relatívne podobná (tzn. priemerný počet chýb v kategóriách 1, 2 a 3 je podobný). U žien klesá chybovosť od podmienky 1 k podmienke 3, pričom u mužov je opačná situácia (chybovosť od podmienky 1 k podmienke 3 plynule stúpa). Signifikantná interakcia faktorov teda hovorí, že vplyv alkoholu na chybovosť sa prejavuje odlišne u žien a mužov.

Mohli by sme samozrejme vymyslieť aj komplikovanejší design štúdie, kde by sa sledovali aj ďalšie faktory, napríklad BMI (napr. s kategóriami: do 17, 18-25; 26-30, 31-40, 41 a viac) a vek (s kategóriami: 18-30, 31-50, 51-60). V tom prípade by sa dáta analyzovali pomocou 4-faktorovej analýzy rozptylu (s faktormi *alkohol*, *pohlavie*, *BMI* a vek). Vo výsledku by potom mohli nastať rôzne kombinácie hlavných efektov faktorov aj ich interakcií.



Obr. 3.2 Znázornenie možného vplyvu faktorov a ich interakcie pri dvojfaktorovej analýze rozptylu na závislú premennú (priemerné hodnoty pre sú znázornené čiernymi bodmi; 1=žiaden alkohol, 2=25 ml alkoholu, 3=50 ml alkoholu; sivá farba reprezentuje hodnoty žien, čierna farba znázorňuje hodnoty mužov). Môžu vzniknúť nasledovné situácie: a) žiaden efekt faktoru pohlavie ani faktoru alkohol, b) signifikantný efekt faktoru pohlavie, c) signifikantný efekt faktoru alkohol; d) signifikantný efekt faktoru pohlavie aj faktoru alkohol, interakcia faktorov nie je signifikantná, e) signifikantný efekt faktoru pohlavie aj faktoru alkohol, interakcia faktorov je signifikantná)

Pre úplnosť ešte dodáme, že v praxi môže nastať situácia, kedy sú signifikantné aj hlavné efekty faktorov aj interakcia faktorov. Grafické znázornenie v tomto prípade bude „niečo medzi“ grafom na „d)“ a „e)“ na obr. 3.2. Doporučuje sa, aby výskumník v rámci analýzy rozptylu analyzoval dáta komplexným spôsobom, napr. aj pomocou vhodného grafického znázornenia - aby čo najlepšie porozumel konkrétnemu prípadu, ktorý v jeho výsledkoch nastal. Analýza by mala zahŕňať interpretácia odhadu hlavných efektov aj efektov spôsobených interakciou faktorov. Napr. zistenie signifikantnej interakcie nemá viesť k tomu, že hlavné efekty faktorov sa už neberú do úvahy, alebo sa spomenú len okrajovo.

3.2 Postup pri výpočte viacfaktorovej analýzy rozptylu

Výskumník prezentoval deťom vo veku 4-6 rokov obrázky, ktoré obsahovali postavy ľudí, pričom prostredníctvom eyetrackera zaznamenával očné pohyby detí. Výskumník teraz potrebuje zistiť, či sa 4, 5 a 6-ročné deti odlišujú v celkovom čase, ktorý venovali pohľadu na tváre osôb na prezentovaných obrázkoch. Okrem toho, výskumník bude sledovať aj to, či sa líšia deti s poruchou autistického spektra (v ďalšom texte budeme používať skratku „PAS“) od kontrolnej skupiny zdravých detí.

- Závislá premenná: celkové trvanie zrakovej fixácie na tváre v sekundách
- Nezávislé premenné:
  - a) vek: 4, 5, 6 rokov
  - b) skupina: osoby s PAS, kontrolná skupina

	vek	skupina	trvanie_fixacie	var
1	4,00	0	23,09	
2	4,00	0	19,29	
3	4,00	0	20,13	
4	4,00	0	17,69	
5	4,00	0	48,62	
6	4,00	0	39,77	
7	4,00	0	15,55	
8	4,00	0	39,81	
9	4,00	0	15,34	

Obr. 3.3 Štruktúra dát s premennými vek, skupina a trvanie fixácie

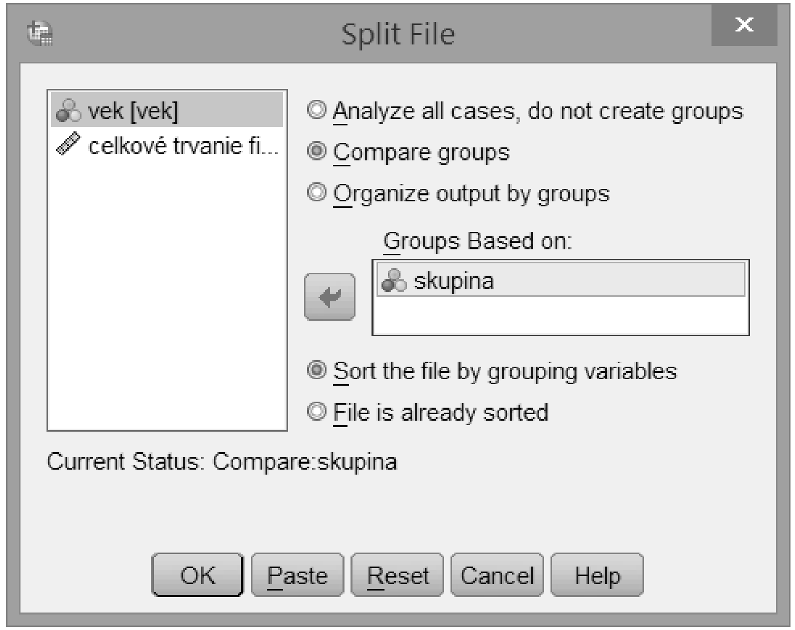
Obidve nezávislé premenné (vek aj skupina) sú tzv. medziskupinového typu, čo znamená, že jednotlivé kategórie premenných tvoria samostatné a nezávislé skupiny osôb. Na obrázku 3.3 je ukážka, ako vyzerá tabuľka zdrojových údajov v programe SPSS. Súbor obsahuje premenné *vek*, *skupina* a *trvanie fixácie*. V riadkoch sa nachádzajú údaje od jednotlivých probandov.

3.2.1 Testovanie normálneho rozloženia závislej premennej

Najskôr je potrebné otestovať, či má závislá premenná normálne rozloženie vo všetkých skupinách. Keďže máme dve nezávislé premenné (ktoré sú medziskupinového typu), kombináciou dostaneme celkovo 6 skupín (osoby s PAS vo veku 4, 5 a 6 rokov, kontrolná skupina vo veku 4, 5 a 6 rokov). Musíme overiť, či je závislá premenná normálne rozložená v každej z týchto podskupín.

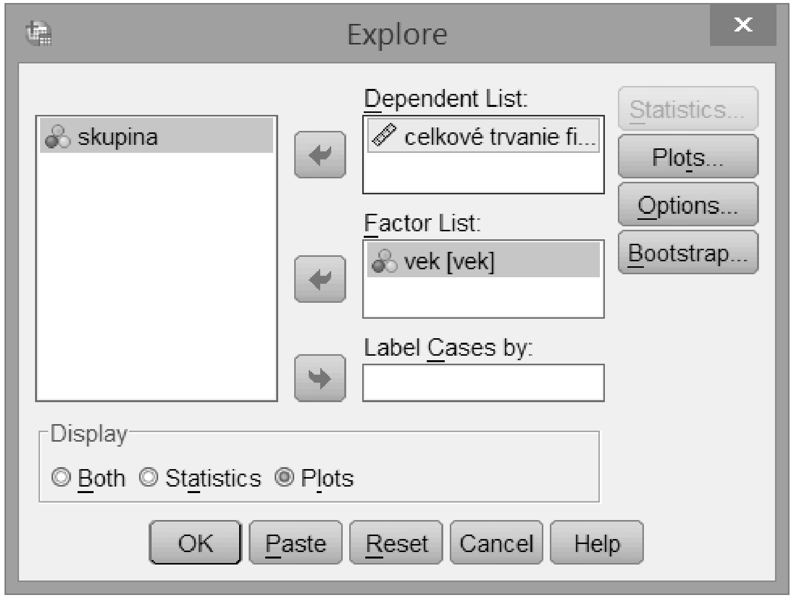
Najskôr aktivujeme funkciu „Split-File" (cesta: Data/Split-File), čím sa otvorí dialógové ono (obr. 3.4). Jednu zo závislých premenných (ľubovoľnú z nich – v našom prípade je to premenná *skupina*) presunieme do políčka „Groups Based on:" a prepínač prepneme do strednej polohy „Compare Groups". Týmto zabezpečíme, že testy normality (ktoré v ďalšom kroku necháme vypočítať pomocou príkazu „Explore" pre jednotlivé vekové kategórie) sa vypočítajú v samostatných podskupinách, t.j. pre

osoby s PAS a pre kontrolnú skupinu, čím dostaneme výsledky pre všetkých 6 podskupín.



Obr. 3.4 Dialógové okno funkcie „Split-File": všetky výpočty sa budú realizovať pre obidve kategórie premennej „skupina"(pre osoby s PAS a pre kontrolnú skupinu)

Teraz môžeme použiť príkaz „Explore" (cesta: Analyze/Descriptive Statistics/Explore), podobným spôsobom ako v predošlej kapitole. Závislú premennú celkové trvanie zrakovej fixácie presunieme do políčka „Dependent List" a nezávislú premennú vek presunieme do políčka „Factor List". Prepínač s označením „Display" prepneme do polohy „Plots" (viď obr. 3.5) a stlačíme tlačidlo „Plots", čím sa otvorí dialógové okno „Plots". Nastavenie je rovnaké ako pri jednoduchej analýze rozptylu (obr. 2.3): v okne nastavíme prepínač „Boxplots" do polohy „none", zrušíme začiarknutie políčka „Stem and Leaf" a čo je najdôležitejšie – začiarkneme políčko „Normality plots with tests", pretože potrebujeme vo výstupe získať tabuľku s testami normality. Ostatné nastavenia môžeme ponechať tak, ako sú. Teraz stlačíme tlačidlo „Continue" a následne „OK".



Obr. 3.5 Dialógové okno príkazu „Explore" s nastavením závislej premennej a nezávislých premenných

Tab. 3.1 Tabuľka s výsledkami testu normálneho rozloženia

Tests of Normality

skupina		vek	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
			Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
0	celkové trvanie fixácie (s)	4,00	,152	30	,049	,923	30	,054
		5,00	,134	30	,177	,937	30	,074
		6,00	,094	30	,200*	,982	30	,866
1	celkové trvanie fixácie (s)	4,00	,101	30	,200*	,970	30	,541
		5,00	,123	30	,200*	,965	30	,417
		6,00	,118	30	,200*	,962	30	,357

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Vo vygenerovanom výstupe vyhľadáme tabuľku, ktorá obsahuje testy normality (Tab. 3.1). V tabuľke sa nachádza tzv. Kolmogorov-Smirnovov test normality (v modifikácii podľa Lillieforsa) a Shapiro-Wilkov test normality. To, ktorý test použijeme závisí od počtu probandov v každej zo skupín. Platí pravidlo, že ak

je v skupine viac ako 50 osôb, je vhodné použiť Kolmogorov-Smirnovov test, a v skupine v ktorej je menej ako 50 osôb poskytuje presnejšie výsledky Shapiro-Wilkov test. V našom prípade je v každej skupine 30 osôb, preto budeme čítať výsledky Shapiro-Wilkovho testu.

Pomocou testu normality testujeme nulové hypotézy, ktoré hovoria o tom, že testovaná premenná je v každej z daných skupín rozložená normálne. Hypotézu nezamietame, ak je hodnota signifikancie pre skupinu vyššia ako 0,05. V našom prípade nezamietame ani jednu z nulových hypotéz, čo znamená, že podmienka normálneho rozloženia v každej zo skupín je splnená.

3.2.2 Testovanie rovnosti rozptylov a výpočet analýzy rozptylu

Ďalším krokom je overenie, či sú rozptyly závislej premennej (celkové trvanie zrakovej fixácie) rovnaké vo všetkých šiestich skupinách (osoby s PAS vo veku 4, 5 a 6 rokov, kontrolná skupina vo veku 4, 5 a 6 rokov). K tomuto účelu slúži Levenov test rovnosti rozptylov, ktorý - ako už vieme – je implementovaný priamo do výpočtu analýzy rozptylu, takže pristúpime priamo k výpočtu dvojfaktorovej analýzy rozptylu. Podobne ako v predošlej kapitole, použijeme spôsob výpočtu pomocou tzv. GLM - General Linear Model".

Kliknutím na „Analyze/General Linear Model/Univariate" sa otvorí príkazové okno (obr. 3.6). V tomto okne presunieme závislú premennú (celkové trvanie fixácie) do políčka „Dependent Variable". Nezávislé premenné *vek* a *skupina* presunieme do políčka „Fixed Factor".

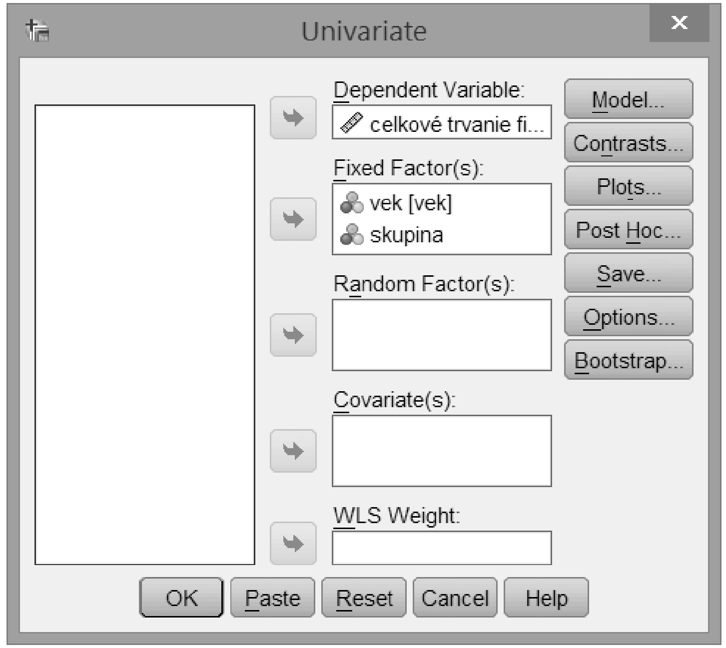
V ďalšom kroku nastavíme post-hoc testy, ktoré použijeme v prípade, že hlavná tabuľka analýzy rozptylu odhalí existenciu vplyvu niektorého z hlavných faktorov. Presnejšie povedané – faktor skupina má len dve kategórie (osoba s PAS, osoba z kontrolnej skupiny), takže ak analýza rozptylu označí vplyv faktoru *skupina* ako signifikantný, nie je potrebné ďalšie testovanie pomocou post-hoc testov. Faktor *vek* má tri kategórie (4, 5 a 6 rokov), takže pre neho potrebujeme aj výpočet post-hoc testov. Postupujeme rovnako ako v predošlej kapitole: K zadefinovaniu výpočtu post-hoc testov sa dostaneme kliknutím na tlačidlo „Post-

Hoc“, čím sa otvorí dialógové okno (obr. 3.7). Do políčka „Post Hoc Tests for“ vyberieme a presunieme premennú *vek* (to znamená, že chceme vypočítať post-hoc testy pre jednotlivé kategórie premennej *vek*). Následne vyberieme zo zoznamu post-hoc testov napríklad Bonferroniho post-hoc test (dôvody výberu tohto testu sme podrobnejšie opísali v kapitole 2.2.2). Stlačením tlačidla „Continue“ sa vrátime do hlavného dialógového okna (obr. 3.6).

Teraz stlačíme tlačidlo „Options“, čím sa otvorí okno pre rozšírené nastavenia (Obr. 3.8). V sekcii „Display“ označíme nasledovné položky:

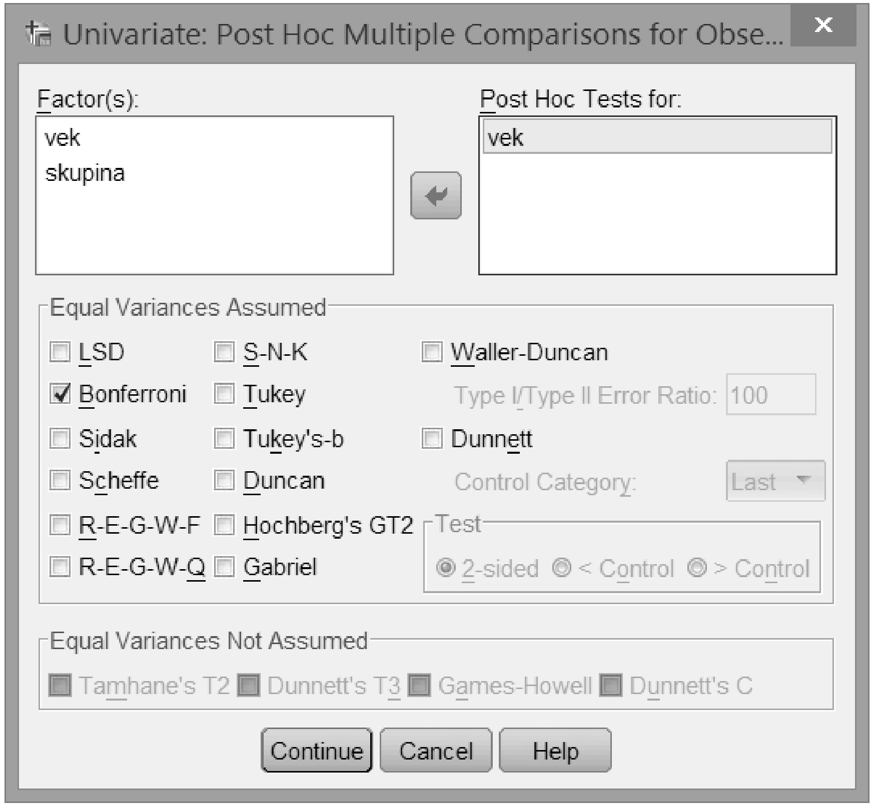
- „Descriptive statistics“ (aby sa vypočítali priemerné hodnoty a štandardné odchýlky závislej premennej pre každú z vekových skupín)
- „Homogenity tests“ (aby sa vypočítal Levenov test rovnosti rozptylov závislej premennej)
- „Estimates of effect size“ (aby sa vypočítala miera efektu, čo je v prípade analýzy rozptylu tzv. koeficient eta)
-

Stlačením tlačidla „Continue“ sa vrátime do hlavného dialógového okna (obr. 3.6).

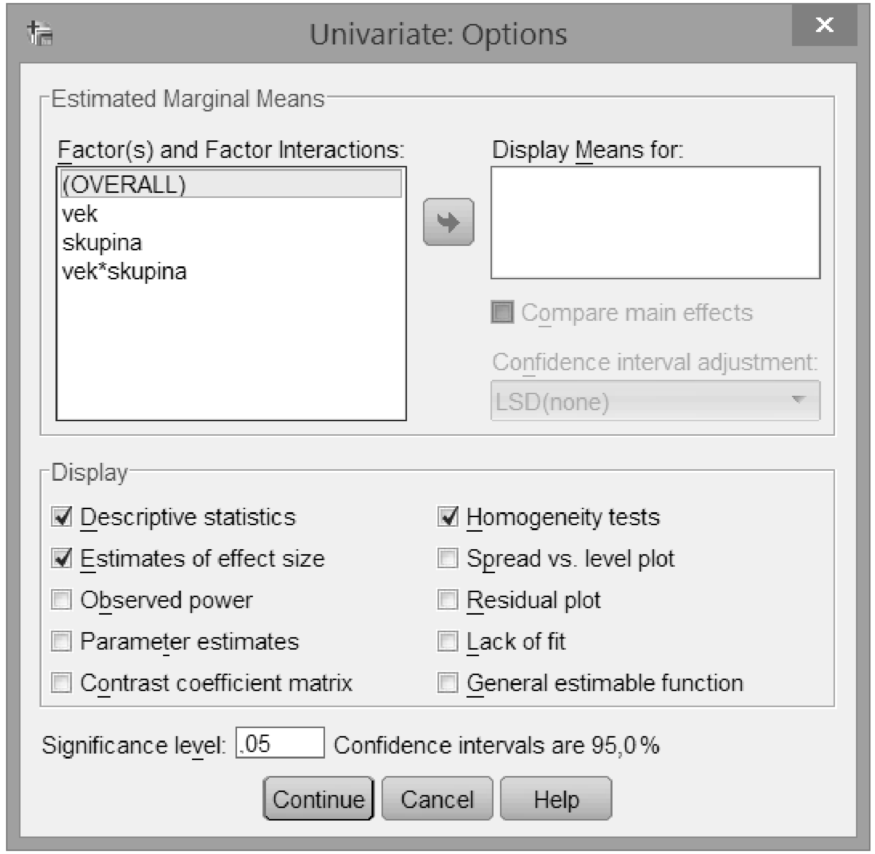


Obr. 3.6 Dialógové okno príkazu „General Linear Model – Univariate“ s nastavením jednotlivých premenných

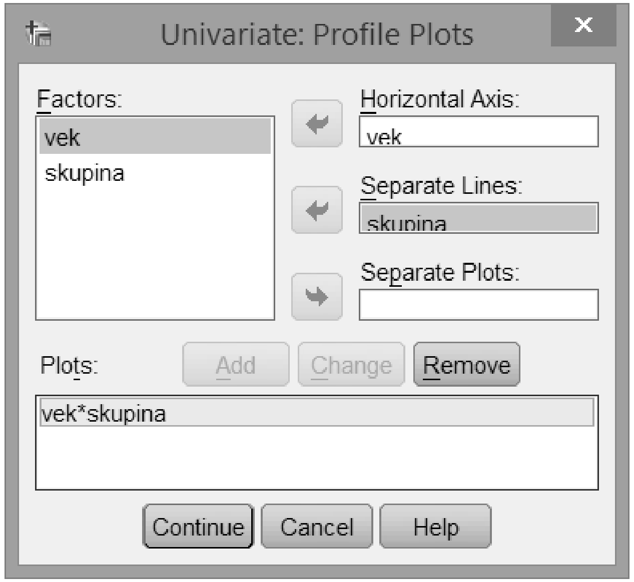
Procedúra pre výpočet analýzy rozptylu umožňuje vygenerovať aj grafické znázornenie priemerných hodnôt v skupinách – stlačením tlačidla „Plots“ zadefinujeme ako má tento graf vyzerať (Obr. 3.9). Kombináciou premenných vek a skupina môžeme získať niekoľko variantov grafu. Najprehľadnejšie však bude ak, premennú vek, presunieme do políčka Horizontal Axis (jednotlivé kategórie premennej vek budú znázornené na horizontálnej osi grafu) a premennú skupina presunieme do políčka „Separate Lines“ (priemerné hodnoty pre osoby s PAS a kontrolnú skupina budú znázornené samostatnými čiarami). Stlačíme tlačidlo „Add“ aby sa takéto nastavenie grafu zapísalo do políčka „Plots“ v dolnej časti dialógového okna. Teraz sa stlačením tlačidla „Continue“ vrátime do hlavného dialógového okna (obr. 3.6) a v ňom stlačíme tlačidlo „OK“, čím sa spustí výpočet analýzy rozptylu, ktorý sa zobrazí vo výstupovom okne.



Obr. 3.7 Dialógové okno pre nastavenie post-hoc testov v rámci „General Linear Model – Univariate“



Obr. 3.8 Dialógové okno pre rozšírené nastavenie (Options) v rámci „General Linear Model – Univariate“



Obr. 3.9 Dialógové okno pre grafy (plots) v rámci „General Linear Model – Univariate"

3.2.3 Interpretácia štatistických výstupov jednoduchej analýzy rozptylu

Prvá tabuľka v štatistickom výstupe ukazuje základný prehľad o skupinách, ktoré sú kódované premennými *vek* a *skupina* - v stĺpci „N" sa zobrazuje počet osôb v každej skupine. Nasledujúca tabuľka obsahuje deskriptívnu štatistiku (tab. 3.2), tzn. priemery a štandardné odchýlky závislej premennej (celkové trvanie zrakovej fixácie na tváre) v jednotlivých vekových kategóriách u osôb s PAS, a v kontrolnej skupine (hodnoty môžeme použiť do textu výskumnej správy, resp. štúdie, v prípade ak nepoužijeme grafické znázornenie týchto hodnôt).

Tab. 3.2 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": deskriptívna štatistika (priemery a štandardné odchýlky)

Descriptive Statistics

Dependent Variable: celkové trvanie fixácie (s)

vek	skupina	Mean	Std. Deviation	N
4,00	kontrolná skupina	27,7959	12,95549	30
	PAS	20,0694	11,94093	30
	Total	23,9326	12,95231	60
5,00	kontrolná skupina	35,7334	11,06034	30
	PAS	28,0371	11,62561	30
	Total	31,8853	11,90042	60
6,00	kontrolná skupina	46,3749	13,72630	30
	PAS	36,1195	11,32119	30
	Total	41,2472	13,50357	60
Total	kontrolná skupina	36,6347	14,64688	90
	PAS	28,0753	13,25445	90
	Total	32,3550	14,57512	180

Ďalšou v poradí je tabuľka Levenovho testu rovnosti rozptylov v skupinách (tab. 3.3). Stĺpec „F" obsahuje výsledok štatistického testu, stĺpce „df1" a „df2" obsahujú stupne voľnosti. Predovšetkým nás zaujíma posledný stĺpec „sig.", ktorý obsahuje hodnotu signifikancie. Levenov test testuje nulovú hypotézu, ktorá hovorí o tom, že rozptyly v jednotlivých skupinách sú rovnako veľké. Ak je hodnota signifikancie väčšia ako 0,05 (čo platí aj v našom prípade), je podmienka rovnosti rozptylov splnená.

V prípade že Levenov test ukáže, že rozptyly nie sú zhodné, môžeme (za predpokladu, že máme rovnako veľké skupiny) vzhľadom na robustnosť analýzy rozptylu postupovať ďalej a interpretovať všetky nasledujúce tabuľky analýzy rozptylu. Ak nemáme rovnako veľké skupiny, musíme uvažovať o analýze dát pomocou príslušných neparametrických štatistických postupov.

Tab. 3.3 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": Levenov test rovnosti rozptylov v skupinách

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable: celkové trvanie fixácie (s)

F	df1	df2	Sig.
,872	5	174	,501

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + vek + skupina + vek * skupina

Tab. 3.4 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": štatistický test tzv. medziskupinových efektov

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: celkové trvanie fixácie (s)

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	12375,267[a]	5	2475,053	16,790	,000	,325
Intercept	188432,729	1	188432,729	1278,236	,000	,880
vek	9013,684	2	4506,842	30,572	,000	,260
skupina	3296,857	1	3296,857	22,364	,000	,114
vek * skupina	64,726	2	32,363	,220	,803	,003
Error	25650,421	174	147,416			
Total	226458,417	180				
Corrected Total	38025,688	179				

a. R Squared = ,325 (Adjusted R Squared = ,306)

V ďalšej tabuľke označenej ako „Tests of Between-Subjects Effect" (tab. 3.4) sa nachádzajú informácie obsahujúce najdôležitejšie výsledky analýzy rozptylu. Opíšeme len tie údaje, ktoré potrebujeme do textu výskumnej správy. Budeme sa zameriavať na riadky, ktoré sa týkajú faktorov *vek* a *skupina*, a tiež interakcie týchto faktorov označenej ako *vek*skupina*.

V stĺpci označenom „df" sa nachádzajú tzv. stupne voľnosti pre faktor *vek* (df=2), faktor *skupina* (df=1), interakciu faktorov

*vek*skupina* (df=2). Poznačíme si tiež hodnotu df z riadka *Error* (df=87).

V stĺpci označenom „F" sa nachádza výsledok výpočtu testovacieho kritéria pre faktor *vek* (F=30,57) a faktor *skupina* (F=22,36) a pre interakciu faktorov *vek*skupina* (F=0,22).

V stĺpci „sig." Je vypočítaná hodnota signifikancie pre každý z faktorov aj ich interakciu. Ak je hodnota signifikancie väčšia ako 0,05, vplyv faktoru nie je signifikantný. Ak je hodnota signifikancie menšia alebo rovná 0,05, vplyv faktoru je štatisticky významný. V našom prípade sme našli štatisticky významný vplyv faktoru *vek* aj faktoru *skupina*. Interakcia faktorov *vek*skupina* nie je signifikantná. Z údajov, ktoré doteraz máme, získame štandardný zápis štatistického výsledku dvojfaktorovej analýzy rozptylu dosadením hodnôt do tejto šablóny:

F(*„df faktoru", „df Error"***)=***„hodnota F"***; p=***„hodnota sig"*

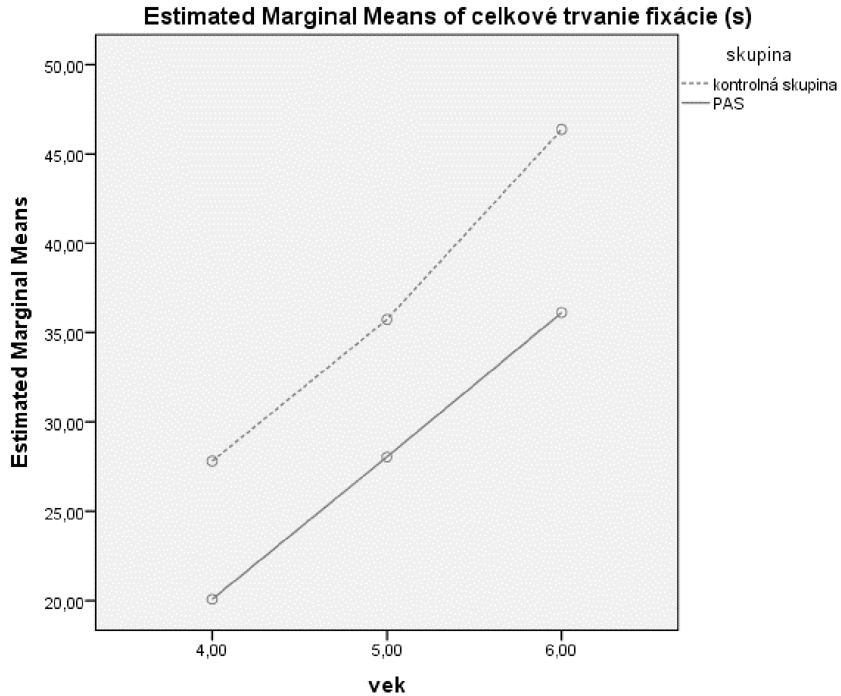
To znamená:

- faktor *vek*: F(2,174)=30,57; p<0,001
- faktor *skupina*: F(1,174)=22,36; p<0,001
- interakcia faktorov *vek*skupina*: F(2,174)=0,22; p=0,803

V tabuľke 3.4 sa v stĺpci „Partial Eta Squared" nachádzajú miery efektu pre jednotlivé faktory a ich interakciu, ktorými doplníme štandardizovaný zápis v prípade, ak to vedecký časopis, resp. iný druh publikácie od nás vyžaduje (v texte štúdie sa uvádzajú na konci vyššie uvedeného zápisu, tzn. vždy až za hodnotou signifikancie).

Pri viacfaktorovej analýze rozptylu odporúčame najskôr detailne preštudovať grafické zobrazenie výsledkov, ktoré sa nachádza na konci štatistického výstupu z programu SPSS, a až potom pristúpiť k tabuľkám, ktoré obsahujú post-hoc testy. Získame tak lepší a názornejší obraz o výsledkoch testovania. V grafe (obr. 3.10) vidíme zakreslené priemerné hodnoty dĺžky zrakovej fixácie v jednotlivých vekových skupinách u osôb s PAS a v kontrolnej skupine. Signifikantný vplyv faktoru vek znamená, že dĺžka fixácie sa vekom postupne predlžuje (u osôb s PAS aj v kontrolnej skupine). Zároveň je v grafe vidno, že zraková fixácia je v kontrolnej skupine dlhšia než u osôb s PAS (platí to pre všetky vekové kategórie). Všimnime si teda, že vplyv faktoru sa vždy testuje pre všetky osoby spolu a teda napr. signifikantnosť faktoru *vek* znamená, že (bez ohľadu na prítomnosť PAS) sa vekom predlžuje doba zrakovej fixácie na tváre. Analogicky – signifikantnosť faktoru *skupina* znamená, že kontrolná skupina fixuje tváre dlhšie než osoby s PAS a to bez ohľadu na vek.

Ak by interakcia faktorov *vek**skupina* bola tiež signifikantná, znamenalo by to, že okrem hlavného vplyvu faktorov *vek* a *skupina* (na všetky osoby) ešte nastáva aj špecifický prípad, že vplyv jedného faktoru je mierne odlišný na každú z kategórií druhého faktoru. V praxi sa najčastejšie stáva, že ak je signifikantná interakcia faktorov, tak hlavný vplyv faktorov signifikantný nie je (a naopak), avšak môžu nastať aj prípady, že hlavné vplyvy faktorov aj ich interakcia sú signifikantné. Podľa toho potom interpretujeme získané výsledky.



Obr. 3.10 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate“: graf zobrazujúci priemerné hodnoty celkového trvania zrakovej fixácie u 4, 5 a 6-ročných detí s poruchou autistického spektra (PAS) a v kontrolnej skupine

Keďže sme identifikovali signifikantný vplyv faktoru *vek*, na základe tohto výsledku zatiaľ vieme, že vekom sa mení dĺžka zrakovej fixácie (u osôb s PAS aj v kontrolnej skupine) - avšak nevieme presne povedať, medzi ktorými vekovými skupinami konkrétne je signifikantný rozdiel – k tomuto účelu nám poslúži tabuľka post-hoc testov označené ako „Multiple Comparisons“ (tab. 3.5). V tabuľke 3.5. sa najskôr pozrieme na prvé dva stĺpce, označené ako „I „a „J“ – v riadkoch sa nachádzajú jednotlivé dvojice vekových skupín 4, 5 a 6 ročných (vo všetkých vzájomných kombináciách). Stĺpec „Mean Difference (I-J)“ informuje o tom, ako veľký je rozdiel medzi priemerom príslušných dvoch skupín a stĺpec „Sig." udáva hodnotu signifikancie. Ak je signifikancia väčšia ako 0,05, prijímame nulovú hypotézu o rovnosti priemerov skupín (tzn. medzi skupinami nie je signifikantný rozdiel). Ak je signifikancia menšia alebo rovná 0,05, nulovú hypotézu o rovnosti priemerov skupín zamietame (tzn. medzi skupinami existuje signifikantný rozdiel). V našom prípade sme zistili rozdiel medzi všetkými troma skupinami navzájom. Vo výskumných štúdiách sa konkrétne hodnoty signifikancie pre post-hoc testy nezvyknú uvádzať, iba sa slovne popíše, medzi ktorými skupinami sme našli signifikantný rozdiel. Signifikantné rozdiely medzi troma vekovými skupinami je tiež možné zakresliť priamo do grafu (podobne ako na obr. 2.9).

Pre faktor *skupina* z pochopiteľných dôvodov nie je potrebné realizovať post-hoc testy (máme len dve skupiny a teda nájdenie signifikantného vplyvu faktoru *skupina*, je jednoznačne interpretovateľné už na základe tohto zistenia).

Tab. 3.5 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate": tabuľka obsahujúca post-hoc testy (s aplikovanou Bonferroniho korekciou signifikancie)

Multiple Comparisons

Dependent Variable: celkové trvanie fixácie (s)
Bonferroni

(I) vek	(J) vek	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
4,00	5,00	-7,9527*	2,21673	,001	-13,3113	-2,5941
	6,00	-17,3146*	2,21673	,000	-22,6732	-11,9560
5,00	4,00	7,9527*	2,21673	,001	2,5941	13,3113
	6,00	-9,3619*	2,21673	,000	-14,7205	-4,0033
6,00	4,00	17,3146*	2,21673	,000	11,9560	22,6732
	5,00	9,3619*	2,21673	,000	4,0033	14,7205

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = 147,416.

*. The mean difference is significant at the ,05 level.

3.2.4 Zápis výsledkov

Výsledok štatistického testovania zapíšeme nasledovne: *„Pomocou dvojfaktorovej analýzy rozptylu sme zistili, že deti vekom sa postupne mení dĺžka zrakovej fixácie na tváre osôb na fotografiách /F(2,174)=30,57; p<0,001/. Bonferroniho post-hoc test identifikoval signifikantné rozdiely medzi všetkými vekovými skupinami (viď obr. 3.10). Osoby v kontrolnej skupine fixovali pohľad na tváre celkovo dlhšie než osoby s PAS / F(1,174)=22,36; p<0,001/. Interakcia faktorov vek a skupina nebola signifikantná / F(2,174)=0,22; p=0,803/."*

Namiesto grafu s priemernými hodnotami je možné na deskripciu použiť aj tabuľku s priemermi a štandardnými odchýlkami pre jednotlivé skupiny (napr. upravenú tab. 3.2).

Súhrn

Čo sme sa naučili v tejto kapitole?

Viacfaktorová analýza rozptylu uvažuje o vplyve viacerých premenných (tzv. faktorov) na závislú premennú. Pri analýze sa porovnávajú priemery nezávislých skupín. Máme jednu závislú premennú, ktorá je meraná na kardinálnej úrovni a dve a viac nezávislých premenných (nominálneho alebo ordinálneho typu), ktoré nazývame faktory. Pomocou viacfaktorovej analýzy rozptylu dokážeme identifikovať hlavné efekty jednotlivých faktorov aj možné spolupôsobenie viacerých faktorov, tzv. interakcie faktorov. Viacfaktorovú analýzu rozptylu používame nielen vtedy, ak porovnávame viac ako dve skupiny probandov, ale môžeme ju použiť aj vtedy, ak sledujeme vplyv niekoľkých faktorov, z ktorých každý má najmenej dve kategórie. Doporučuje sa, aby výskumník v rámci analýzy rozptylu analyzoval dáta komplexným spôsobom, napr. aj pomocou vhodného grafického znázornenia - aby čo najlepšie porozumel konkrétnemu prípadu, ktorý v jeho výsledkoch nastal. Analýza by mala zahŕňať interpretácia odhadu hlavných efektov aj efektov spôsobených interakciou faktorov.

Otázky na zopakovanie učiva

- *V čom sa viacfaktorová analýza rozptylu líši od jednofaktorovej analýzy rozptylu?*

- *Čo je to tzv. interakcia faktorov?*
- *Aká je najväčšia výhoda viafaktorovej analýzy rozptylu v porovnaní s prípadom, že by sme použili „obyčajný“ t-test?*
- *Akú nulovú hypotézu testuje Levenov test?*
- *V prípade že Levenov test ukáže, že rozptyly nie sú zhodné, za akých podmienok môžeme vzhľadom na robustnosť analýzy rozptylu interpretovať výsledky analýzy?*

4 Analýza rozptylu pre opakované merania

Analýza rozptylu pre opakované merania (anglicky: repeated-measures ANOVA) sa používa v prípade, že na tej istej skupine probandov realizujeme niekoľko meraní (preto tzv. opakované merania), ktoré chceme navzájom porovnať. V praxi najčastejšie nastávajú nasledovné prípady:

1. máme dve merania (pred a po experimentálnom zásahu) v tej istej skupine probandov: keďže ide len o dve merania, môžeme použiť t-test pre dva závislé výbery (samozrejme, ak je splnené podmienka normálneho rozloženia dát)
2. máme tri a viac meraní v tej istej skupine probandov (napríklad reakčný čas pre tri rôzne kategórie podnetov): v tomto prípade použijeme analýzu rozptylu pre opakované merania
3. máme síce len dve merania (pred a po experimentálnom zásahu) v tej istej skupine probandov, avšak okrem toho chceme analyzovať aj vplyv ďalšej premennej (napr. pohlavia) na výsledok experimentálneho zásahu (a tiež sledovať možnú interakciu faktorov): v tomto prípade použijeme analýzu rozptylu pre opakované merania, do analýzy však pridáme aj ďalšiu premennú, ktorá môže mať buď medziskupinový charakter, ako napríklad faktor „pohlavie“, čím dostaneme tzv. analýzu rozptylu so zmiešaným designom (anglicky: mixed design ANOVA)[2], prípadne táto ďalšia pridaná premenná môže tiež pozostávať z viacerých meraní (pred a po experimentálnom zásahu) realizovaných v tej istej skupine (tzn. išlo by o vnútroskupinový faktor).

[2] Ak sa v analýze rozptylu vyskytujú okrem opakovaných meraní aj medziskupinové faktory (ktoré sme opísali v kapitolách 2 a 3), v tom prípade sa jedná o tzv. analýzu rozptylu so zmiešaným designom (mixed design anova), tzn. obsahuje faktory s opakovaným meraním aj medziskupinové faktory (ktoré môžu byť v rôznom počte). V programe SPSS sa model s opakovanými meraniami aj zmiešaný model počítajú pomocou rovnakého príkazu (General Linear Model/ Repeated Measures), rozdiel je iba v tom, aké faktory zadefinujeme (tzn. či iba faktory s opakovanými meraniami alebo aj medziskupinové faktory).

Pre úplnosť ešte dodáme, že názov „opakované merania“ je trochu zavádzajúci v tom zmysle, že v skutočnosti nemusí ísť len o opakovanie merania po istom časovom odstupe (napr. pred a po experimentálnom zásahu), ale môže ísť o dve a viac meraní v tom istom čase - napríklad počas tzv. dichotickej stimulácie sledujeme počet správnych identifikácií sluchových podnetov samostatne v ľavom uchu a pravom uchu.

4.1 Využitie v praxi, interpretácia vplyvu faktorov

Ako v predošlých kapitolách, aj teraz nadviažeme na príklad z kapitoly 2. Výskumníkov zaujímalo, ako konzumácia alkoholu ovplyvňuje výkon v teste pozornosti (sledovali počet chýb v teste). Viacfaktorová analýza rozptylu umožnila realizovať zložitejší výskumný design štúdie, kde sa sledoval okrem vplyvu faktora *alkohol* (s kategóriami: žiaden alkohol, 25 ml destilátu, 50 ml destilátu) aj vplyv faktoru *pohlavie* na výkon v teste. Do tohto výskumu môžeme pridať faktor *obtiažnosť testu* s opakovanými meraniami, kde budeme sledovať vplyv alkoholu a pohlavia na počet chýb pri jednoduchom a zložitom teste pozornosti. Tým pádom budeme dáta analyzovať pomocou zmiešaného modelu analýzy rozptylu. Vo výsledku by potom mohli nastať rôzne kombinácie signifikantných hlavných efektov faktorov (medziskupinových faktorov aj faktoru s opakovanými meraniami) aj ich interakcií.

Ako sme zdôraznili v predošlej kapitole, aj pri zmiešanom designe je veľmi dôležité, aby výskumník analyzoval dáta komplexným spôsobom, teda nie len pomocou výsledných štatistických tabuliek s hodnotami signifikancie ale aj pomocou vhodného grafického znázornenia, aby tak čo najlepšie porozumel výsledkom štatistických analýz.

4.2 Postup pri výpočet analýzy rozptylu s opakovanými meraniami

Výskumník prezentoval probandom obrázky, ktoré obsahovali buď postavy ľudí (sociálne podnety) alebo rôzne objekty (napr. autá, vlaky, lietadlá a pod.), pričom prostredníctvom eyetrackera zaznamenával očné pohyby. Výskumník teraz potrebuje zistiť, či sa probandi odlišujú v celkovom čase, ktorý venovali pohľadu na

obrázky so sociálnymi podnetmi a na obrázky s objektami. Okrem toho, výskumník bude sledovať aj to, či sa líšia osoby s poruchou autistického spektra od kontrolnej skupiny zdravých osôb.

- Závislá premenná: celkové trvanie zrakovej fixácie (v sekundách)
- Nezávislé premenné:
  a) druh podnetu – faktor s opakovanými meraniami, ktorý obsahuje dve kategórie zrakových podnetov: sociálne podnety a objekty
  b) skupina: osoby s poruchou autistického spektra (PAS) a kontrolná skupina; táto premenná (resp. faktor) je tzv. medziskupinového typu, čo znamená, že jednotlivé kategórie premennej tvoria samostatné a nezávislé skupiny osôb.

Na obrázku 4.1 je ukážka, ako vyzerá tabuľka zdrojových údajov (v programe SPSS). Súbor obsahuje premenné *vek*, *skupina* a *trvanie fixácie*. V riadkoch sa nachádzajú údaje od jednotlivých probandov. Všimnime si, že faktor *skupina* tvorí jeden stĺpec (tzn. tvorí ho len jedna premenná *skupina*), zatiaľ čo faktor *druh podnetu* je tvorený dvoma stĺpcami (resp. dvoma premennými): *fixacia_soc* (zraková fixácia na sociálne podnety) a *fixacia_obj* (zraková fixácia na objekty).

	skupina	fixacia_soc	fixacia_obj	var
1	0	23,09	29,21	
2	0	19,29	34,56	
3	0	20,13	45,86	
4	0	17,69	18,65	
5	0	48,62	12,62	
6	0	39,77	15,98	
7	0	15,55	32,05	
8	0	39,81	28,91	
9	0	15,34	11,99	

Obr. 4.1 Štruktúra dát s premennými skupina, trvanie zrakovej fixácie na sociálne podnety a trvanie zrakovej fixácie na objekty

4.2.1 Testovanie normálneho rozloženia závislej premennej

Aby sme mohli pristúpiť k výpočtu analýzy rozptylu, je potrebné otestovať, či má závislá premenná normálne rozloženie vo všetkých skupinách. Na štruktúre dát (obr. 4.1) vidíme, že *celkové trvanie zrakovej fixácie* je tvorená dvoma samostatnými premennými – trvanie fixácie na sociálne podnety a trvanie fixácie na objekty. Preto musíme otestovať normalitu rozloženia každej z týchto premenných vo všetkých skupinách. Použijeme príkaz „Explore“ (cesta: Analyze/ Descriptive Statistics/Explore). Závislú premennú (tzn. obidve premenné, z ktorých je závislá premenná tvorené: *zraková fixácia na sociálne podnety* a *zraková fixácia na objekty*) presunieme do políčka „Dependent List“ a nezávislú premennú *skupina* presunieme do políčka „Factor List“. Prepínač s označením „Display“ prepneme do polohy „Plots“ (viď obr. 4.2). Stlačíme tlačidlo „Plots“, čím sa otvorí dialógové okno „Plots“. Nastavenie je rovnaké ako pri jednoduchej analýze rozptylu (obr. 2.3): v okne nastavíme prepínač „Boxplots“ do polohy „none“, zrušíme začiarknutie políčka „Stem and Leaf“ a čo je najdôležitejšie – začiarkneme políčko „Normality plots with tests“, pretože potrebujeme vo výstupe získať tabuľku s testami normality. Ostatné nastavenia môžeme ponechať tak, ako sú. Teraz stlačíme tlačidlo „Continue“ a následne „OK“.

Vo vygenerovanom výstupe vyhľadáme tabuľku, ktorá obsahuje testy normality (Tab. 4.1). V tabuľke sa nachádza tzv. Kolmogorov-Smirnovov test normality (v modifikácii podľa Lillieforsa) a Shapiro-Wilkov test normality. To, ktorý test použijeme závisí od počtu probandov v každej zo skupín. Platí pravidlo, že ak je v skupine viac ako 50 osôb, je vhodné použiť Kolmogorov-Smirnovov test, a v skupine v ktorej je menej ako 50 osôb poskytuje presnejšie výsledky Shapiro-Wilkov test. V našom prípade je v každej skupine 90 osôb, preto budeme čítať výsledky Kolmogorov-Smirnovovho testu. Pomocou testu normality testujeme nulové hypotézy, ktoré hovoria o tom, že testovaná premenná je v každej z daných skupín rozložená normálne. Hypotézu nezamietame, ak je hodnota signifikancie pre skupinu vyššia ako 0,05. V našom prípade nezamietame ani jednu z nulových hypotéz, čo znamená, že podmienka normálneho rozloženia v každej zo skupín je splnená.

Obr. 4.2 Dialógové okno príkazu „Explore“ s nastavením závislej premennej a nezávislých premenných

Tab. 4.1 Tabuľka s výsledkami testu normálneho rozloženia

Tests of Normality

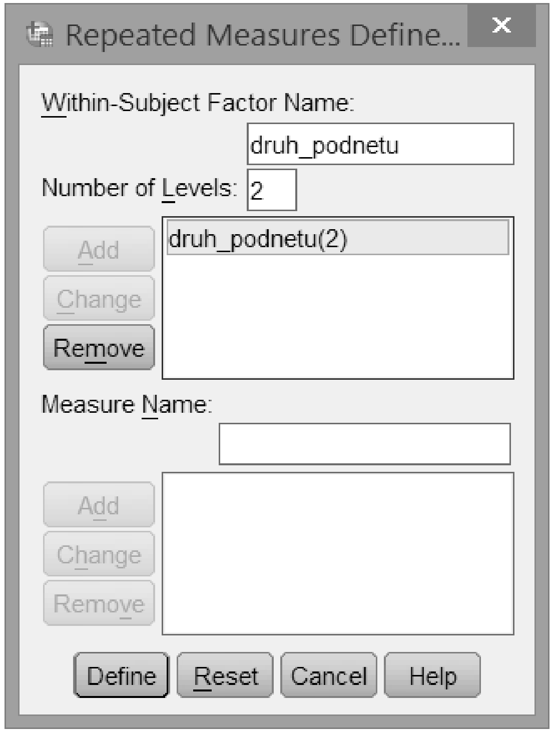
	skupina	Kolmogorov-Smirnov[a] Statistic	df	Sig.	Shapiro-Wilk Statistic	df	Sig.
zraková fixácia na sociálne podnety	kontrolná skupina	,068	90	,200*	,985	90	,384
	PAS	,063	90	,200*	,981	90	,222
zraková fixácia na objekty	kontrolná skupina	,074	90	,200*	,975	90	,086
	PAS	,052	90	,200*	,980	90	,173

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

4.2.2 Testovanie rovnosti rozptylov a výpočet analýzy rozptylu

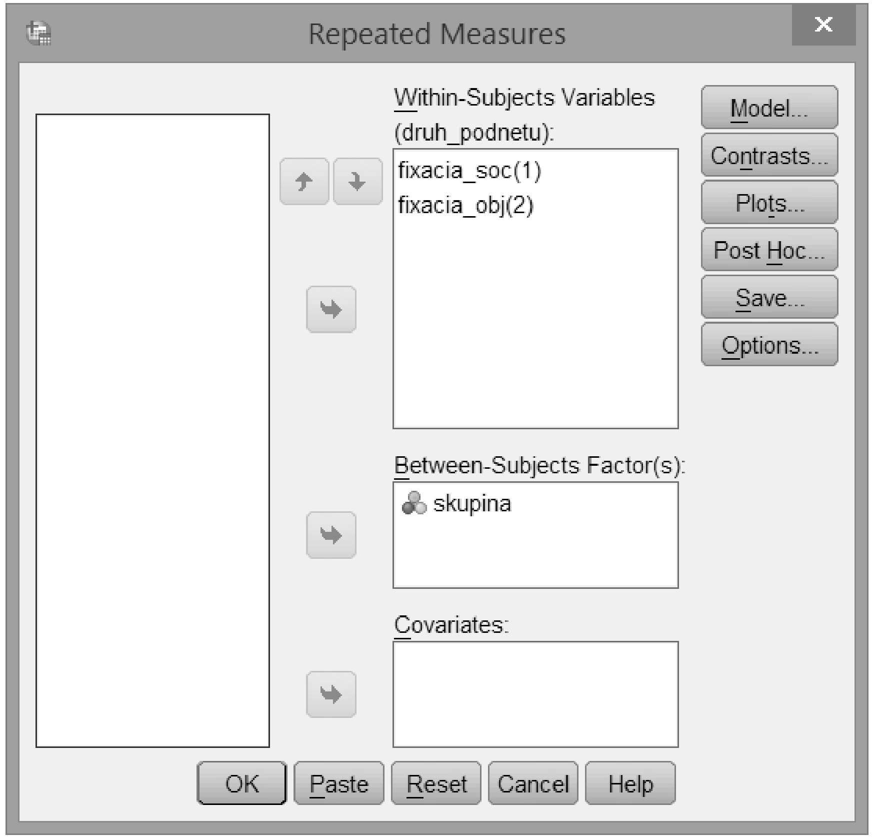
Ďalším krokom je overenie, či sú rozptyly závislej premennej (celkové trvanie zrakovej fixácie na sociálne podnety a na objekty) rovnaké vo všetkých skupinách (osoby s PAS, kontrolná skupina). K tomuto účelu slúži Levenov test rovnosti rozptylov, ktorý - ako už vieme – je implementovaný priamo do výpočtu analýzy rozptylu, takže pristúpime priamo k výpočtu dvojfaktorovej analýzy rozptylu. Podobne ako v predošlej kapitole, použijeme spôsob výpočtu pomocou tzv. GLM - General Linear Model“, avšak tentokrát vyberieme druh modelu tzv. „Repeated Measures“.



Obr. 4.3 Úvodné dialógové okno príkazu „General Linear Model – Repeated Measures“ s nastavením jednotlivých premenných

Kliknutím na „Analyze/General Linear Model/Repeated Measures“ sa otvorí príkazové okno (obr. 4.3). Úvodné okno slúži na zadefinovanie faktora s opakovanými meraniami. Do horného políčka „Within-Subject Factor Name“ napíšeme názov tohto faktora: *druh podnetu*. V políčku „Number of Levels“ zadefinujeme, koľko opakovaných meraní tento faktor má – v našom prípade ide o dve merania (pre objekty a sociálne podnety). Následne stlačíme tlačidlo „Add“ aby sme tento faktor pridali do analýzy. Ak máme faktorov s opakovanými meraniami viacero, opakujeme tento postup pre ďalšie faktory. Stlačením tlačidla „Define“ sa dostaneme do hlavného dialógového okna GLM pre opakované merania (obr. 4.4). V tomto okne presunieme premenné, ktoré tvoria faktor

s opakovaným meraním do políčka „Within-Subjects Variables“. Premennú *skupina* presunieme do políčka „Between-Subjects Factor Factor(s)“.



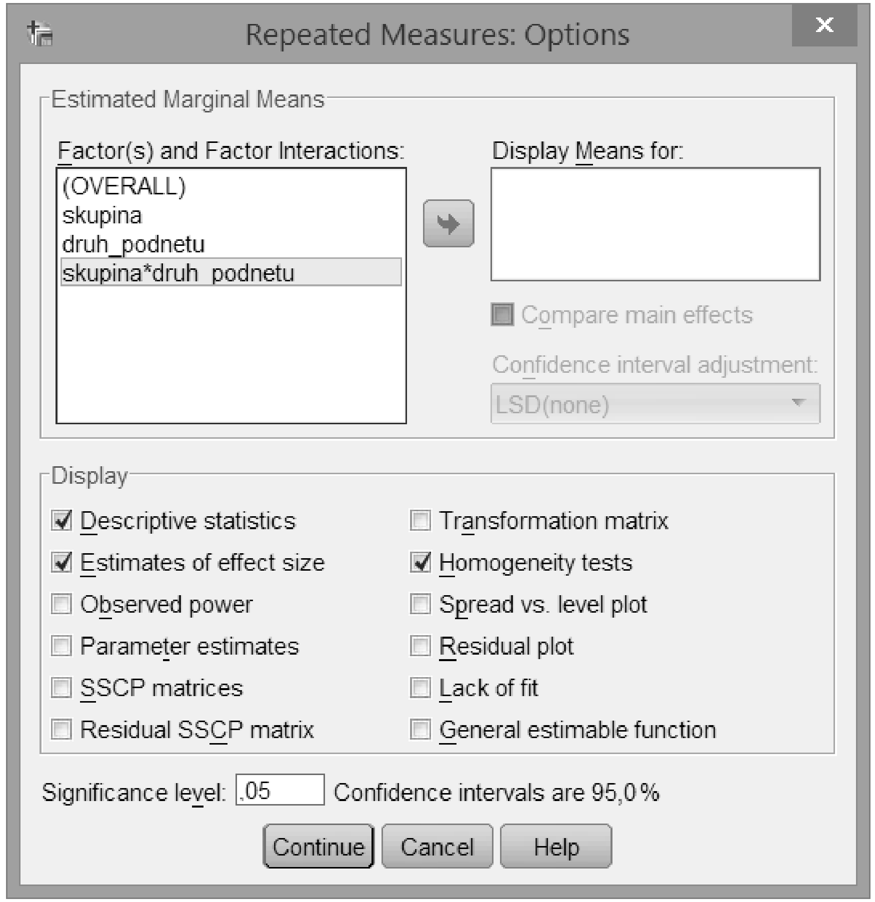
Obr. 4.4 Hlavné dialógové okno príkazu „General Linear Model – Repeated Measures“ s nastavením jednotlivých premenných

Post-hoc testy nie je potrebné použiť, pretože faktor *skupina* má len dve kategórie (osoba s PAS, osoba z kontrolnej skupiny), podobne aj faktor *druh podnetu*, takže ak analýza rozptylu označí vplyv faktoru ako signifikantný, nie je potrebné ďalšie testovanie pomocou post-hoc testov.

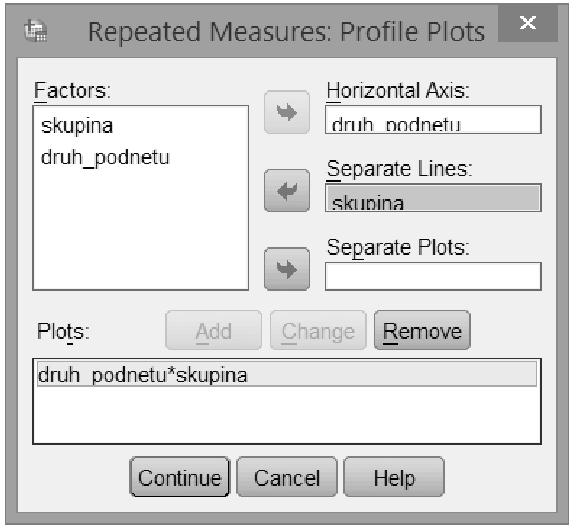
Teraz stlačíme tlačidlo „Options“, čím sa otvorí okno pre rozšírené nastavenia (Obr. 4.5). V sekcii „Display“ označíme nasledovné položky:

- „Descriptive statistics“ (aby sa vypočítali priemerné hodnoty a štandardné odchýlky závislej premennej pre každú z vekových skupín)
- „Homogenity tests“ (aby sa vypočítal Levenov test rovnosti rozptylov závislej premennej)
- „Estimates of effect size“ (aby sa vypočítala miera efektu, čo je v prípade analýzy rozptylu tzv. koeficient eta)

Stlačením tlačidla „Continue“ sa vrátime do hlavného dialógového okna (obr. 4.4). Procedúra pre výpočet analýzy rozptylu umožňuje vygenerovať aj grafické znázornenie priemerných hodnôt v skupinách – stlačením tlačidla „Plots“ zadefinujeme ako má tento graf vyzerať (Obr. 4.6). Kombináciou faktorov *druh podnetu* a *skupina* môžeme získať niekoľko variantov grafu. Najprehľadnejšie však bude ak, premennú *druh podnetu*, presunieme do políčka „Horizontal Axis“ (jednotlivé kategórie premennej vek budú znázornené na horizontálnej osi grafu) a premennú skupina presunieme do políčka „Separate Lines“ (priemerné hodnoty pre osoby s PAS a kontrolnú skupina budú znázornené samostatnými čiarami). Stlačíme tlačidlo „Add“ aby sa takéto nastavenie grafu zapísalo do políčka „Plots“ v dolnej časti dialógového okna. Teraz sa stlačením tlačidla „Continue“ vrátime do hlavného dialógového okna (obr. 4.4) a v ňom stlačíme tlačidlo „OK“, čím sa spustí výpočet analýzy rozptylu, ktorý sa zobrazí vo výstupovom okne.



Obr. 4.5 Dialógové okno pre rozšírené nastavenie (Options) v rámci „General Linear Model – Repeated Measures“



Obr. 4.6 Dialógové okno pre grafy (plots) v rámci „General Linear Model – Repeated Measures“

4.2.3 Interpretácia štatistických výstupov analýzy rozptylu pre opakované merania

Tabuľka označená ako „Descriptive Statistics“ (tab. 4.2) ukazuje základný prehľad priemerných hodnôt a štandardných odchýlok závislej premennej = faktor s opakovanými meraniami (celkové trvanie zrakovej fixácie na sociálne podnety a na objekty) vo všetkých skupinách (osoby s PAS, kontrolná skupina). V stĺpci „N“ sa zobrazuje počet osôb v každej skupine.

Tab. 4.2 Výsledok testu „General Linear Model – Repeated Measures“: deskriptívna štatistika (priemery a štandardné odchýlky)

Descriptive Statistics

	skupina	Mean	Std. Deviation	N
zraková fixácia na sociálne podnety	kontrolná skupina	36,6347	14,64688	90
	PAS	28,0753	13,25445	90
	Total	32,3550	14,57512	180
zraková fixácia na objekty	kontrolná skupina	25,3467	11,84333	90
	PAS	28,1674	14,93680	90
	Total	26,7570	13,51560	180

Ďalšou v poradí je tabuľka Levenovho testu rovnosti rozptylov v skupinách (tab. 4.3). Stĺpec „F“ obsahuje výsledok štatistického testu, stĺpce „df1“ a „df2“ obsahujú stupne voľnosti. Predovšetkým nás zaujíma posledný stĺpec „sig.“, ktorý obsahuje hodnotu signifikancie. Levenov test testuje nulovú hypotézu, ktorá hovorí o tom, že rozptyly v jednotlivých skupinách sú rovnako veľké. Ak je hodnota signifikancie väčšia ako 0,05 (čo platí aj v našom prípade pri obidvoch premenných, ktoré tvoria faktor s opakovanými meraniami), je podmienka rovnosti rozptylov splnená.

V prípade že Levenov test ukáže, že rozptyly nie sú zhodné, môžeme (za predpokladu, že máme rovnako veľké skupiny) vzhľadom na robustnosť analýzy rozptylu postupovať ďalej a interpretovať všetky nasledujúce tabuľky analýzy rozptylu. Ak nemáme rovnako veľké skupiny, musíme uvažovať o analýze dát pomocou príslušných neparametrických štatistických postupov.

Tab. 4.3 Výsledok testu „General Linear Model – Repeated Measures“: Levenov test rovnosti rozptylov v skupinách

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

	F	df1	df2	Sig.
zraková fixácia na sociálne podnety	,600	1	178	,440
zraková fixácia na objekty	2,848	1	178	,093

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + skupina
Within Subjects Design: druh_podnetu

Pri analýze rozptylu s opakovanými meraniami musíme overiť, či je splnený aj ďalší predpoklad – tzv. sféricita (anglicky: compound symmetry). Toto overenie sa realizuje pomocou Mauchlyho testu (tab. 4.4). Podmienka sféricity je splnená, ak sú rozptyly jednotlivých opakovaných meraní rovnaké a kovariancie medzi jednotlivými opakovanými meraniami sú tiež rovnaké (v tom prípade bude hodnota signifikancie v tabuľke 4.4 väčšia ako 0,05. V našom prípade hodnota signifikancie v tabuľke 4.4 nie je vypočítaná – je to z toho dôvodu, že náš faktor s opakovanými meraniami (druh podnetu) má iba dve úrovne (sociálne podnety a objekty). Program SPSS preto vypočítal hodnotu Mauchlyho W=1, čo znamená „perfektnú“ sféricitu.

V prípade, že budeme mať faktor s opakovanými meraniami, ktorý má tri a viac úrovní a podmienka sféricity nebude splnená, nepredstavuje to žiadnu komplikáciu – v tabuľke s výsledkami analýzy rozptylu „Tests of Within-Subjects Effect“ (tab. 4.5) nebudeme hodnotu signifikancie faktora čítať z horného riadku označeného ako „Sphericity Assumed“, ale o riadok pod ním, kde sa nachádzajú upravené hodnoty signifikancie (napr. s korekciami Greenhouse-Geisser alebo Huynh-Feldt).

Tab. 4.4 Mauchlyho test sféricity

Mauchly's Test of Sphericity[a]

Measure: MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon[b]		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
druh_podnetu	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.

a. Design: Intercept + skupina
Within Subjects Design: druh_podnetu

b. May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.

Tab.4.5 Výsledok testu „General Linear Model – Repeated Measures“: štatistický test tzv. vnútroskupinových efektov

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
druh_podnetu	Sphericity Assumed	2820,384	1	2820,384	19,834	,000	,100
	Greenhouse-Geisser	2820,384	1,000	2820,384	19,834	,000	,100
	Huynh-Feldt	2820,384	1,000	2820,384	19,834	,000	,100
	Lower-bound	2820,384	1,000	2820,384	19,834	,000	,100
druh_podnetu * skupina	Sphericity Assumed	2913,890	1	2913,890	20,491	,000	,103
	Greenhouse-Geisser	2913,890	1,000	2913,890	20,491	,000	,103
	Huynh-Feldt	2913,890	1,000	2913,890	20,491	,000	,103
	Lower-bound	2913,890	1,000	2913,890	20,491	,000	,103
Error(druh_podnetu)	Sphericity Assumed	25311,908	178	142,202			
	Greenhouse-Geisser	25311,908	178,000	142,202			
	Huynh-Feldt	25311,908	178,000	142,202			
	Lower-bound	25311,908	178,000	142,202			

V tabuľke označenej ako „Tests of Within-Subjects Effect“ (tab. 4.5) sa nachádzajú informácie obsahujúce najdôležitejšie výsledky analýzy rozptylu pre opakované merania. Opíšeme len tie údaje, ktoré potrebujeme do textu výskumnej správy.

Riadok označený ako *druh podnetu* testuje signifikanciu faktora s opakovanými meraniami. Keďže je splnená podmienka sféricity, čítame hodnotu signifikancie v hornom riadku (tzn. v riadku, označenom ako Sphericity Assumed). Ak je hodnota signifikancie menšia alebo rovná 0,05, vplyv faktora je signifikantný. V našom prípade je hodnota menšia ako 0,05, čo znamená, že druh podnetu vplýva na trvanie zrakovej fixácie, resp. že probandi fixujú jednotlivé druhy podnetu rôzne dlho.

V riadku označenom ako *druh podnetu*skupina* je hodnota signifikancie pre interakciu faktorov – hodnota je menšia ako 0,05, čo znamená, že trvanie zrakovej fixácie je závislé jednak od druhu podnetu ale aj od skupiny, do ktorej proband patrí (osoby s PAS, kontrolná skupina).

V stĺpci označenom „df“ sa nachádzajú tzv. stupne voľnosti pre faktor *druh podnetu* (df=1), pre interakciu faktorov *druh podnetu*skupina* (df=1). Poznačíme si tiež hodnotu df z riadka *Error* (df=178).

V stĺpci označenom „F“ sa nachádza výsledok výpočtu testovacieho kritéria pre faktor *druh podnetu* (F=19,83) a pre interakciu faktorov *druh podnetu*skupina* (F=20,49).

V tabuľke označenej ako „Tests of Between-Subjects Effects“ (tab.4.6) nájdeme hodnotu signifikancie pre faktor *skupina.* Táto hodnota (0,077) sa nachádza v riadku „skupina“ v stĺpci Sig. V stĺpci označenom „df“ sa v riadku „skupina“ nachádzajú stupne voľnosti pre faktor *skupina* (df=1). Poznačíme si tiež hodnotu df z riadka *Error* (df=178).

Tab.4.6 Výsledok testu „General Linear Model – Repeated Measures“: štatistický test tzv. medziskupinových efektov

Tests of Between-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1
Transformed Variable: Average

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Intercept	314481,386	1	314481,386	1340,556	,000	,883
skupina	740,995	1	740,995	3,159	,077	,017
Error	41757,067	178	234,590			

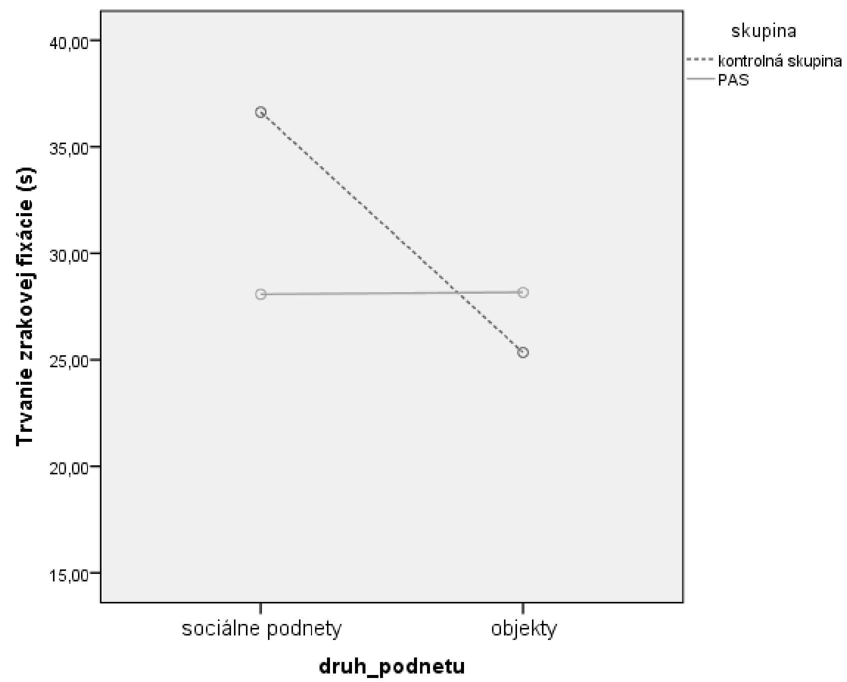
Z údajov, ktoré doteraz máme, získame štandardný zápis štatistického výsledku dvojfaktorovej analýzy rozptylu dosadením hodnôt do tejto šablóny:

F(*„df faktora“, „df Error“***)=***„hodnota F“***; p=***„hodnota sig“*

To znamená:
- faktor *druh podnetu*: F(1,178)=19,83; p<0,001
- faktor *skupina*: F(1,178)=3,16; p=0,077
- interakcia faktorov *druh podnetu*skupina*: F(1,178)=20,49; p<0,001

V tabuľkách 4.5 a 4.6 sa v stĺpci „Partial Eta Squared“ nachádzajú miery efektu pre jednotlivé faktory a ich interakciu, ktorými doplníme štandardizovaný zápis v prípade, ak to vedecký časopis, resp. iný druh publikácie od nás vyžaduje (v texte štúdie sa uvádzajú na konci vyššie uvedeného zápisu, za hodnotou signifikancie).

V grafe (obr. 4.7) vidíme zakreslené priemerné hodnoty dĺžky zrakovej fixácie na sociálne podnety a na objekty pre skupinu osôb s PAS a pre kontrolnú skupinu. Signifikantný vplyv faktoru *druh podnetu* znamená, že doba fixácie na sociálne podnety je všeobecne dlhšia (pre všetkých probandov bez ohľadu na prítomnosť PAS) než doba fixácie na objekty. Interakcia faktorov *druh podnetu a skupina* znamená, že doba fixácie na jednotlivé druhy podnetov sa líši zároveň aj podľa toho, či ide o osobu s PAS alebo o osobu z kontrolnej skupiny.



Obr. 4.7 Výsledok testu „General Linear Model – Repeated Measures“: graf zobrazujúci priemerné hodnoty trvania zrakovej fixácie na sociálne podnety a na objekty u osôb s poruchou autistického spektra (PAS) a v kontrolnej skupine

Všimnime si, že vplyv faktoru sa vždy testuje pre všetky osoby spolu a teda napr. signifikantnosť faktoru *druh podnetu* znamená, že (bez ohľadu na prítomnosť PAS) doba zrakovej fixácie na sociálne podnety je dlhšia než doba fixácie na objekty. Pre faktory *druh podnetu* a *skupina* z pochopiteľných dôvodov nie je potrebné realizovať post-hoc testy (faktory majú len dve úrovne a teda nájdenie signifikantného vplyvu faktoru je jednoznačne interpretovateľné už na základe hodnoty signifikancie).

3.2.4 Zápis výsledkov

Výsledok štatistického testovania zapíšeme nasledovne: *„Pomocou dvojfaktorovej analýzy rozptylu sme zistili, že doba fixácie na sociálne podnety je vo všeobecnosti dlhšia než na objekty /F(1,178)=19,83; p<0,001/. Signifikantná bola tiež interakcia faktorov druh podnetu a skupina /F(1,178)=20,49; p<0,001/, čo znamená, že osoby z kontrolnej skupiny mali dlhšiu fixáciu na sociálne podnety než na objekty, pričom osoby s PAS mali približne rovnako dlhú dobu fixácie na oba druhy podnetov. Samostatný vplyv faktoru skupina nebol signifikantný /F(1,178)=3,16; p=0,077/.“*

Namiesto grafu s priemernými hodnotami je možné na deskripciu použiť aj tabuľku s priemermi a štandardnými odchýlkami pre jednotlivé skupiny (napr. upravenú tab. 4.2).

Súhrn

Čo sme sa naučili v tejto kapitole?

Analýza rozptylu pre opakované merania sa používa v prípade, že na tej istej skupine probandov realizujeme niekoľko meraní (preto tzv. opakované merania), ktoré chceme navzájom porovnať. Analýzu rozptylu pre opakované merania používame v prípade, že a) máme tri a viac meraní v tej istej skupine probandov, b) máme síce len dve merania v tej istej skupine probandov, avšak okrem toho chceme analyzovať aj vplyv ďalšej premennej na výsledok experimentálneho zásahu a sledovať aj možnú interakciu faktorov - táto ďalšia premenná môže mať buď tzv. vnútroskupinový charakter (ide tiež o meranie pred a po experimentálnom zásahu v tej istej skupine) alebo medziskupinový charakter, čím vznikne tzv. analýza rozptylu so zmiešaným designom. Vo výsledkoch potom môžu nastať rôzne kombinácie signifikantných hlavných efektov faktorov (medziskupinových faktorov aj faktoru s opakovanými meraniami) aj ich interakcií. Pri analýze rozptylu s opakovanými meraniami musíme overiť, či je splnený aj ďalší predpoklad – tzv. sféricita (anglicky: compound symmetry). Toto overenie sa realizuje pomocou Mauchlyho testu (tab. 4.4). Podmienka sféricity je splnená, ak sú rozptyly jednotlivých opakovaných meraní rovnaké a kovariancie medzi jednotlivými opakovanými meraniami sú tiež rovnaké. Výpočetná procedúra analýzy rozptylu sa vie vysporiadať zo situáciou,

ak podmienka sféricity nie je splnená (vo výslednej ANOVA tabuľke však musíme vyhľadať príslušný riadok s korekciou výsledkov v prípade nesplnenej podmienky sféricity).

Otázky na zopakovanie učiva

- *Kedy najčastejšie používame analýzu rozptylu pre opakované merania?*
- *Pri analýze rozptylu s opakovanými meraniami musíme overiť, či je splnený aj ďalší predpoklad – tzv. sféricita. Toto overenie sa realizuje pomocou Mauchlyho testu. Kedy môžeme považovať túto podmienku za splnenú?*
- *Ako postupujeme v prípade, že máme faktor s troma opakovanými meraniami a nie je splnená podmienka sféricity?*
- *Čo sú to post-hoc test a k čomu nám slúžia?*

5 Miera efektu v analýze roztylu

Výsledok matematicko-štatistickej analýzy nám poskytuje informáciu o tom, či je rozdiel medzi sledovanými skupinami štaitsticky významný, resp. či je štatisticky významný vplyv skúmaného faktoru alebo interakcie faktorov. Väčšina výskumníkov i študnetov sa poteší, keď zistí, že ich výsledky sú signifikantné – avšak ihneď by si mali položiť otátku, aký veľký účinok (resp. význam) má tento zistený rozdiel medzi skupinami (alebo vplyv daného faktoru, interakcie a pod.). Toto nám už hodnota *p* nepovie. Jedným zo spôsobov, ktorým možeme posúdiť významn signifikantného zistenia je výpočet veľkosti účinku (používajú sa aj označenia miera efektu, prípadne anglický výraz effect-size). Podľa smernice Americkej psychologickej asociácie z roku 2015 by sa v psychologických výskumoch mala uvádzať okrem štatistickej významnosti aj miera účinku.

V analýze rozptylu sa používajú dve miery účinku: η^2 a ω^2. Jednoduchú mieru predstavuje pomer variability vysvetlenej kategóriami S_A k celkovej variabilite meranej súčtom štvorcov odchýlok od celkového priemeru S_T. Túto mieru označujeme ako tzv. η^2 (Eta², resp. anglicky „eta squared“) a vypočítame ju nasledovne:

$$\eta^2 = S_A / S_T$$

Ak počítame analýzu roztpylu pomocou štatistického programu SPSS, potom presné hodnoty η^2 nájdeme v tabuľke s výsledkami analýzy rozptylu (bližšie informácie čitateľ nájde pri opise jednotlivých postupov výpočtu).

Iný spôsob vyjadrenia miery účinku predstavuje tzv. ω^2 (Omega²) a vypočítame ju nasledovne:

$$\omega^2 = (SA - (m-1)\ MSe) \ / \ (ST + MSe)$$

Koeficient ω^2 predstavuje o niečo presnejšiu mieru účinku než koeficient η^2, pretože uvažuje aj nevysvetlenú variabilitu MSe. Koficient ω^2 má obvykle menšiu hodnotu než koeficient η^2 (Hendl,

2004). V spoločenských a behaviorálnych vedách sa v súvislosti s analýzou roztpylu najčastejšie používa koeficient η^2. Pre obidva koeficienty miery účinku platí, že nadobúdajú hodnoty medzi nulou a jednotkou. Používajú sa na porovnanie sily vplyvu faktoru (alebo interakcie viacerých faktorov) na závislú premennú v rôznych situáciách. Koficienty miery účinku η^2 a ω^2 v podstate udávajú, koľko variability dát je vysvetlených daným faktorom (alebo interakciou viacerých faktorov). Čím viac sa hodnota týchto koeficientov blíži k jednotke, tým je efekt väčší a znamená to, že daný faktor vysvetľuje veľmi veľkú časť variability dát.

Podľa Cohena (1988) môžeme interpretovať hodnoty miery efektu η^2 a ω^2 nasledovným spôsobom (je potrebné dať si pozor na to, že odporúčané hranice pre koeficienty η^2 a ω^2 sú iné než pre „tradičné“ Cohenovo d):

- malá miera efektu: $\eta^2 > 0{,}01$
- stredná miera efektu: $\eta^2 > 0{,}059$
- veľká miera efektu: $\eta^2 > 0{,}139$

Súhrn

Čo sme sa naučili v tejto kapitole?

Vecný významn signifikantného zistenia možeme posúdiť pomocou výpočtu veľkosti účinku, resp. miery efektu. V analýze rozptylu sa používajú dve miery účinku: η^2 a ω^2. Koeficienty miery účinku udávajú, koľko variability dát je vysvetlených daným faktorom, alebo interakciou faktorov. Koeficienty η^2 a ω^2 nadobúdajú hodnoty od 0 po 1. Čím viac sa hodnota týchto koeficientov blíži k jednotke, tým je miera účinku väčšia. Podľa odporúčaných prahových hodnôt môžeme mieru účinku klasifikovať ako malú, strednú a veľkú.

Otázky na zopakovanie učiva

- *Čo je to miera účinku? Prečo ju používame?*
- *Ktoré miery účinku sa používajú v analýze rozptylu?*
- *Ako interpretujeme vypočítanú hodnotu miery účinku η^2?*
- *Kedy považujeme vypočítanú hodnotu η^2 za malú, strednú a veľkú mieru účinku?*

6 Úlohy na precvičenie výpočtu analýzy rozptylu

Úloha č. 1.

Výskumník sledoval, do akej miery rôzne filmové ukážky vyvolávajú pocit aktivácie, čo sa fyziologicky prejaví zvýšením kožnej vodivosti. Použil štyry filmové ukážky, ktoré prezentoval desiatim pokusným osobám. Pokusným osobám bola najskôr pomocou prístroja na meranie kožno-galvanickej reakcie stanovená tzv. pokojová miera kožnej vodivosti. Následne sa merali hodnoty kožnej vodivosti probandov počas sledovania jednotlivých filmových ukážok a vypočítala sa priemerná hodnota kožnej vodivosti pre každú z filmových ukážok. V poslednom kroku prípravy dát na analýzu bola priemerná relatívna hodnota kožnej vodivosti pre každú filmovú ukážku matematicky vyjadrená ako percento z pokojovej kožnej vodivosti danej pokusnej osoby (tab. 6.1). Keď výskumník vypočítal analýzu rozptylu zistil, že prvé tri filmové ukážky vyvolali najvyššiu mieru aktivácie. Pokúste sa zreplikovať postup analýzy a overte, či sú tieto výsledky správne.

Tab. 6.1 Hodnoty miery aktivácie pre kazdú z filmových ukážok u desiatich pokusných osôb.

Miera aktivácie:	*Filmová ukážka č. 1*	*Filmová ukážka č. 2*	*Filmová ukážka č. 3*	*Filmová ukážka č. 4*
Proband č. 1	131	134	128	106
Proband č. 2	128	135	129	108
Proband č. 3	132	130	136	112
Proband č. 4	126	131	131	102
Proband č. 5	127	139	130	110
Proband č. 6	131	132	134	103
Proband č. 7	128	136	135	105
Proband č. 8	130	129	128	110
Proband č. 9	128	136	135	105
Proband č. 10	132	130	136	112

Správne riešenie úlohy č.1:

Zvolili sme typ analýzy rozptylu pre opakované merania (General Linear Model / Repeated Measures). Najskôr overíme predpoklady, ktoré sú nevyhnutné pre správnu aplikáciu metódy analýzy rozptylu. Vidíme (tab. 6.1), že podmienka normálneho rozloženia testovanej premennej v jednotlivých skupinách je splnená – keďže pokusných psôb je menej ako 50, čítame výsledky Shapiro-Wilkovho testu (samozrejme máme na pamäti fakt, že analýza rozptylu je robustná voči narušeniu podmienky normálneho rozloženia závislej premennej, avšak je dobré explicitne si overiť s akými dátami budeme v analýze rozptylu pracovať). Podobne postupujeme aj pri výsledkoch Mauchlyho testu (tab. 6.2) vidíme, že podmienka sféricity dát je splnená. V tabuľke s výsledkami testu analýzy rozptylu (tab. 6.3) vidíme, že existuje signifikantný rozdiel v miere aktivácie, ktorú vyvolali jednotlivé filmové ukážky. Post-hoc testy vypočítané pomocou automatickej Bonferroniho korekcie signifikancie ukázali (tab. 6.4), že štvrtá filmová ukážka u pokusných osôb generovala signifikantne nižšiu úroveň aktivácie než prvá, druhá a tretia filmová ukážka (pozri aj vypočítané hodnoty priemerov a štandardných odchýliek v tab. 6.4 a grafické znázornenie pomocou škatuľkového grafu - obr. 6.1). Konštatujeme, že výsledky, ktoré získal výskumník v úlohe č. 1 sú korektné.

Tab. 6.1 Výsledky testov normálneho rozloženia závislej premennej v jednotlivých skupinách (keďže vo výskume je menej ako 50 osôb, čítame výsledky Shapiro-Wilkovho testu)

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
film_1	,226	10	,159	,907	10	,260
film_2	,148	10	,200*	,938	10	,532
film_3	,206	10	,200*	,858	10	,071
film_4	,172	10	,200*	,927	10	,420

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Tab. 6.2 Výsledok Mauchlyho testu sféricity

Mauchly's Test of Sphericity[a]

Measure: MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
filmova_ukazka	,580	4,205	5	,523	,793	1,000	,333

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.

a. Design: Intercept
Within Subjects Design: filmova_ukazka

b. May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.

Tab. 6.3 Výsledok testu „General Linear Model – Repeated Measures“: štatistický test tzv. vnútroskupinových efektov

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
filmova_ukazka	Sphericity Assumed	4498,600	3	1499,533	148,360	,000
	Greenhouse-Geisser	4498,600	2,380	1889,989	148,360	,000
	Huynh-Feldt	4498,600	3,000	1499,533	148,360	,000
	Lower-bound	4498,600	1,000	4498,600	148,360	,000
Error(filmova_ukazka)	Sphericity Assumed	272,900	27	10,107		
	Greenhouse-Geisser	272,900	21,422	12,739		
	Huynh-Feldt	272,900	27,000	10,107		
	Lower-bound	272,900	9,000	30,322		

Tab. 6.4 Výsledok post-hoc testov realizovaných pomocou Bonferroniho korekcie

Pairwise Comparisons

Measure: MEASURE_1

(I) filmova_ukazka	(J) filmova_ukazka	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[b]	95% Confidence Interval for Difference[b] Lower Bound	Upper Bound
1	2	-3,900	1,538	,192	-9,074	1,274
	3	-2,900	1,069	,143	-6,497	,697
	4	22,000*	1,011	,000	18,599	25,401
2	1	3,900	1,538	,192	-1,274	9,074
	3	1,000	1,571	1,000	-4,284	6,284
	4	25,900*	1,696	,000	20,194	31,606
3	1	2,900	1,069	,143	-,697	6,497
	2	-1,000	1,571	1,000	-6,284	4,284
	4	24,900*	1,501	,000	19,849	29,951
4	1	-22,000*	1,011	,000	-25,401	-18,599
	2	-25,900*	1,696	,000	-31,606	-20,194
	3	-24,900*	1,501	,000	-29,951	-19,849

Based on estimated marginal means

*. The mean difference is significant at the ,05 level.

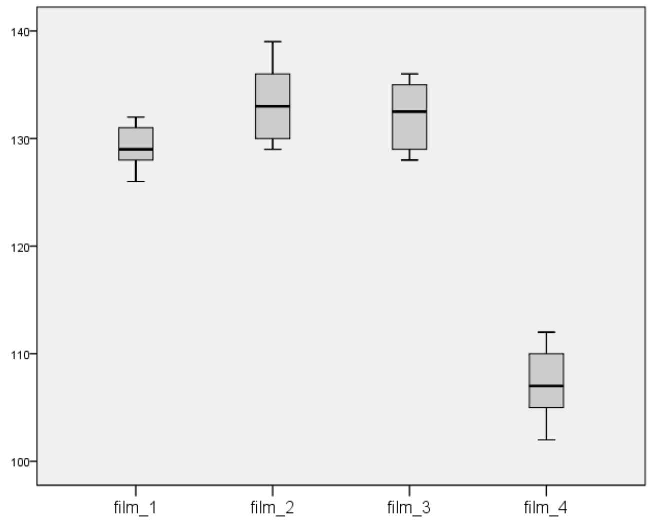
b. Adjustment for multiple comparisons: Bonferroni.

Tab. 6.5 Výsledok testu „General Linear Model – Repeated Measures“: deskriptívna štatistika (priemery a štandardné odchýlky) miery aktivácie, ktorú vyvolali jednotlivé filmové ukážky

Estimates

Measure: MEASURE_1

filmova_ukazka	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval Lower Bound	Upper Bound
1	129,300	,684	127,753	130,847
2	133,200	1,041	130,844	135,556
3	132,200	1,052	129,820	134,580
4	107,300	1,146	104,709	109,891



Obr. 6.1 Škatuľkový graf zobrazujúci mieru aktivácie, ktorú vyvolali jednotlivé filmové ukážky

Úloha č. 2

Výskumník chce zistiť, či sa s pribúdajúcim vekom mení reakčný čas na zrakové podnety. Pomocou počítačového simulátora jazdy autom v miernej premávke meral reakčné časy od začiatku pôsobenia zrakového podnetu až kým pokusná osoba stlačila brzdový pedál (podnetom k „zabrzdeniu“ bolo to, že do cesty prudko vbehol chodec a nebola iná možnosť ako sa zrážke vyhnúť, iba čo najrýchlejšie zabrzdiť.). Výskumník rozdelil pokusné osoby do 4 vekových kategórií: 20-34 rokov, 35-49 rokov, 50-65 rokov, 65 a viac rokov. V každom výskumnom výbere bolo 10 pokusných osôb. Rekačné časy jednotlivých osôb rozdelených do vekových kategórií sú v tab. 6.6.

Tab. 6.6 Hodnoty priemerných reakčných časov stlačenia brzdového pedálu v miernej prevádzke vo vekových kategóriách 20-34 rokov, 35-49 rokov, 50-65 rokov a 65 a viac rokov. V každej vekovej kategórii boli získané dáta od desiatich pokusných osôb.

Vek:	*20-34 rokov*	*35-49 rokov*	*50-65 rokov*	*65 a viac rokov*
Proband č. 1	0,40	0,44	0,49	0,55
Proband č. 2	0,46	0,47	0,50	0,62
Proband č. 3	0,44	0,46	0,48	0,51
Proband č. 4	0,43	0,45	0,49	0,53
Proband č. 5	0,47	0,46	0,50	0,52
Proband č. 6	0,44	0,46	0,53	0,54
Proband č. 7	0,45	0,47	0,52	0,59
Proband č. 8	0,43	0,49	0,50	0,58
Proband č. 9	0,44	0,43	0,49	0,54
Proband č. 10	0,43	0,48	0,47	0,59

Správne riešenie úlohy č.2:

Na riešenie tejto úlohy zvolíme jednofaktorovú analýzu rozptylu s premennými „rekačný čas" a „skupina". Najskôr overíme predpoklady, ktoré sú nevyhnutné pre správnu aplikáciu metódy analýzy rozptylu. Vidíme (tab. 6.7), že podmienka normálneho rozloženia testovanej premennej v jednotlivých skupinách je splnená – keďže v každej skupine je menej ako 50 osôb, čítame výsledky Shapiro-Wilkovho testu. Pristúpime k overeniu ďalšej podmienky, ktorou je rovnosť rozptylov závislej premennej vo vekových skupinách – túto podmienku overíme pomocou Levenovho testu rovnosti rozptylov (tab. 6.8). Vidíme, že rozptyly nie sú zhodné a teda podmienka nie je splnená. Vieme však, že máme rovnaký počet osôb v každej vekovej skupine (10 osôb) a teda hoci Levenov test ukázal, že rozptyly nie sú zhodné, môžeme vzhľadom na robustnosť analýzy rozptylu postupovať ďalej a interpretovať všetky nasledujúce tabuľky analýzy rozptylu. V tabuľke s výsledkami testu analýzy rozptylu (tab. 6.9) vidíme, že existuje signifikantný rozdiel v dĺžke reakčného času medzi jednotlivými vekovými kategóriami. Miera efektu hovorí o veľkej významnosti. Pre výpočet post-hoc testov sme zvolili Games-Howell post-hoc test, pretože výskumné výbery nemajú rovnaké rozptyly. Čitateľ môže zvoliť aj hociktorý iný štatistický test (podľa použitého štatistického software), ktorý je vhodný pre post-hoc porovnávanie výskumných výberov s rôznymi rozptylmi. V tabuľke post-hoc testov (tab. 6.10) vidíme, že medzi vekovými kategóriami 20-34 rokov a 35-49 rokov nebol signifikantný rozdiel v dĺžke reakčného času. Obidve spomenuté vekové kategórie sa však signifikantne odlišujú od vekových kategórií 50-65 rokov a 65 a viac rokov. Môžeme teda povedať, že reakčný čas ľudí do 49 rokov je signifikantne kratší ako reakčný čas osôb vo veku 50 a viac rokov, a zároveň osoby vo veku 65 a viac rokov majú signifikantne najdlhší reakčný čas (pozri aj vypočítané hodnoty priemerov a štandardných odchýliek v tab. 6.11).

Tab. 6.7 Výsledky testov normálneho rozloženia závislej premennej v jednotlivých skupinách (keďže v každej skupine je menej ako 50 osôb, čítame výsledky Shapiro-Wilkovho testu)

Tests of Normality

	vek	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
reakčný čas	20-34 rokov	,219	10	,191	,938	10	,528
	35-49 rokov	,178	10	,200*	,976	10	,937
	50-65 rokov	,233	10	,134	,939	10	,537
	65 a viac rokov	,182	10	,200*	,937	10	,522

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Tab. 6.8 Výsledok testov rovnosti rozptylov závislej premennej v skupinách

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable: reakčný čas

F	df1	df2	Sig.
4,340	3	36	,010

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + vek

Tab. 6.9 Výsledok analýzy rozptylu („General Linear Model – Univariate"): štatistický test tzv. medziskupinových efektov; v poslednom stĺpci sa nachádza vypočítaná miera efektu (Eta Squared)

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: reakčný čas

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	,080[a]	3	,027	46,433	,000	,795
Intercept	9,545	1	9,545	16681,089	,000	,998
vek	,080	3	,027	46,433	,000	,795
Error	,021	36	,001			
Total	9,646	40				
Corrected Total	,100	39				

a. R Squared = ,795 (Adjusted R Squared = ,778)

Tab. 6.10 Výsledok post-hoc testov. Zvolili sme Games-Howell post-hoc test, pretože výskumné výbery nemajú rovnaké rozptyly. Čitateľ môže zvoliť aj hociktorý iný štatistický test, ktorý je vhodný pre post-hoc porovnávanie výskumných výberov s rôznymi rozptylmi

Multiple Comparisons

Dependent Variable: reakčný čas
Games-Howell

(I) vek	(J) vek	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	Upper Bound
20-34 rokov	35-49 rokov	-,0220	,00829	,070	-,0454	,0014
	50-65 rokov	-,0580*	,00823	,000	-,0813	-,0347
	65 a viac rokov	-,1180*	,01287	,000	-,1555	-,0805
35-49 rokov	20-34 rokov	,0220	,00829	,070	-,0014	,0454
	50-65 rokov	-,0360*	,00796	,001	-,0585	-,0135
	65 a viac rokov	-,0960*	,01269	,000	-,1332	-,0588
50-65 rokov	20-34 rokov	,0580*	,00823	,000	,0347	,0813
	35-49 rokov	,0360*	,00796	,001	,0135	,0585
	65 a viac rokov	-,0600*	,01266	,002	-,0971	-,0229
65 a viac rokov	20-34 rokov	,1180*	,01287	,000	,0805	,1555
	35-49 rokov	,0960*	,01269	,000	,0588	,1332
	50-65 rokov	,0600*	,01266	,002	,0229	,0971

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = ,001.
*. The mean difference is significant at the ,05 level.

Tab. 6.11 Výsledok testu „General Linear Model – Univariate“: deskriptívna štatistika (priemery a štandardné odchýlky) reakčného času v jednotlivých vekových kategóriách

Estimates

Dependent Variable: reakčný čas

vek	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval Lower Bound	Upper Bound
20-34 rokov	,439	,008	,424	,454
35-49 rokov	,461	,008	,446	,476
50-65 rokov	,497	,008	,482	,512
65 a viac rokov	,557	,008	,542	,572

7 Záver

V jednotlivých kapitolách tejto učebnice sme si vysvetlili základné teoretické i matematické princípy analýzy rozptylu, dozvedeli sme sa o podmienkach a predpokladoch správneho použitia analýzy rozptylu v psychologickom výskume, a veľmi podrobne na konkrétnych príkladoch vysvetlili ako postupovať krok za krokom pri výpočte analýzy rozptylu pomocou štatistického programu SPSS (všetky kroky však môžeme bez výraznejších problémov aplikovať aj v iných štatistických programoch, pretože princíp analýzy rozptylu zostáva stále rovnaký). Všetky modelové príklady štatistických úloh vychádzali z reálnej psychologickej výskumnej praxe – veríme, že aj tento fakt pomohol tomu, aby čitateľ dokázal čo najlepšie porozumieť vysvetľovanej problematike. V učebnici sme sa zamerali na kľúčové poznatky, ktoré sú nevyhnutné pre správnu aplikáciu metódy analýzy rozptylu vo výskumnej praxi. V jednotlivých kapitolách sme pri opise rôznych druhov analýzy rozptylu podrobne opísali iba tie vlastnosti a funkcie, ktoré sa v spoločenských a behaviorálnych vedách používajú najčastejšie. Analýza rozptylu však ponúka aj širokú paletu ďalších možností ako môžeme naše dáta pomocou nej analyzovať – ako jeden príklad za všetky spomeňme napríklad analýzu rozptylu s plánovaným porovnávaním rozdielov pomocou kontrastov. Chceme preto čitateľa povzbudiť, aby po zvládnutí základov opísaných v tejto učebnici smelo a bez obáv pokračoval formou samoštúdia v získavaní ďalších poznatkov – a to nielen o analýze rozptylu ale aj o ďalších zaujímavých štatistických metódach.

Veríme, že poznatky prezentované v tejto učebnici pomôžu k tomu, aby v bakalárskych a magisterských záverečných prác, ale aj pri rigoróznych a dizertačných prácach boli psychologické dáta analyzované korektným a zaujímvaým spôsobom, ktorý zároveň poskytne nové rozmery odborným interpretáciám získaných výsledkov. Na úplný záver si ešte raz dovolíme pripomenúť veľkú dôležitosť odbornej interpretácie výsledkov, ktoré získame pomocou vyššie opísaných štatistických postupov. Tieto odborné interpretácie majú vychádzať z aktuálnych vedeckých teórií a poznatkov z predošlých empirických štúdií. Vo všetkých výskumných štúdiách nasleduje táto odborná interpretácia hneď za štatistickou deskripciou a inferenciou (v texte výskumnej štúdie sa zvyčajne nachádza v kapitole s názvom „Diskusia“). Dajme si veľký pozor na to, aby výsledky, ktoré získané pomocou relatívne zložitých štatistických postupov neboli vzápätí úplne znehodnotené tým, že budú interpretované len povrchne – podobne ako v nasledujúcom citáte:

„Sedíš li jednou půlkou v ledu a druhou na rozpálených kamnech,
je ti statisticky vzato velmi příjemně.“

Použitá literatúra

Acton, C., Miller, R. (2009). SPSS for social scientists. New York, Palgrave Macmillan, ISBN 978-0-230-20993-0

Alexander, R. A., & Govern, D. M. (1994). A new and simpler approximation for ANOVA under variance heterogeneity. Journal of Educational and Behavioral Statistics, 19, 91-101.

American Psychological Association. (2010). Publication manual of the American Psychological Association (6th ed.). Washington, DC: Author.

Bailey, R. A. (2008). Design of Comparative Experiments. Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-68357-9.

Blanca M.J., Alarcón R., Arnau J., bono R., Bendayan R. (2017). Non-normal data: Is ANOVA still a valid option? Psicothema 2017, Vol. 29, No. 4, 552-557. doi: 10.7334/psicothema2016.383

Brown, M.B., & Forsythe, A.B. (1974). The small sample behaviour of some statistics which test the equality of several means. Technomectrics, 16, 129-132.

Büning, H. (1997). Robust analysis of variance. Journal of Applied Statistics, 24, 319-332.

Cohen, J. (1988). Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.

Cohen, Jacob (1992). „Statistics a power primer“. Psychological Bulletin. 112 (1): 155–159. doi:10.1037/0033-2909.112.1.155. PMID 19565683.

Cochran, William G.; Cox, Gertrude M. (1992). Experimental designs (2nd ed.). New York: Wiley. ISBN 978-0-471-54567-5.

Cox, David R. (2006). Principles of statistical inference. Cambridge New York: Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-68567-2.

Černík, V., & Viceník, J. (2011). Úvod do metodológie spoločenských vied. Bratislava: Iris.

Field, A. (2013). Discovering statistics using IBM SPSS statistics. Sage.

Field, A., & Hole, G. J. (2002). How to design and report experiments. Sage.

Freedman, David A.(2005). Statistical Models: Theory and Practice, Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-67105-7

Gamage, J., & Weerahandi, S. (1998). Size performance of some tests in one-way ANOVA. Communications in Statistics - Simulation and Computation, 27, 625-640.

Gelman, Andrew (2005). „Analysis of variance? Why it is more important than ever". The Annals of Statistics. 33: 1–53. arXiv:math/0504499. doi:10.1214/009053604000001048.

Gelman, Andrew (2008). „Variance, analysis of". The new Palgrave dictionary of economics (2nd ed.). Basingstoke, Hampshire New York: Palgrave Macmillan. ISBN 978-0-333-78676-5.

Halama P., Špajdel M., Žitný P. (2013). Štatistika pre psychológov s využitím softvéru SPSS (I. Deskriptívna štatistika). Rapos, Trnava, 125 s. ISBN 978-80-89658-05-3.

Halama, P. (2005). Princípy psychologickej diagnostiky. Typy Universitatis Tyrnaviensis.

Harwell, M. R., Rubinstein, E. N., Hayes, W. S., & Olds, C. C. (1992). Summarizing Monte Carlo results in methodological research: The one- and two-factor fixed effects ANOVA cases. Journal of Educational and Behavioral Statistics, 17, 315-339.

Hendl, J. (2009) Přehled statistických metod. Praha, Portál. ISBN 978-80-7367-482-3

Hendl, J. (2014) Statistika v aplikacích. Portál, Praha. ISBN 978-80-262-0700-9

Hendl, J. (2016) Kvalitativní výzkum: základní metody a aplikace. Portál. Praha, ISBN 978-80-262-0982-9

Hindls, R., Hronová, S., Seger, J., & Fischer, J. (2007). Statistika pro ekonomy. Professional publishing.

Hinkelmann, Klaus & Kempthorne, Oscar (2008). Design and Analysis of Experiments. I and II (Second ed.). Wiley. ISBN 978-0-470-38551-7.

Howell, David C. (2002). Statistical methods for psychology (5th ed.). Pacific Grove, CA: Duxbury/Thomson Learning. ISBN 978-0-534-37770-0.

Chajdiak, J. (2005). Štatistické úlohy a ich riešenie v Exceli. Statis.

Chen, S.Y., & Chen, H.J. (1998). Single-stage analysis of variance under heteroscedasticity. Communications in Statistics – Simulation and Computation, 27, 641-666.

Juszczyk, S. (2003). Metodológia empirických výskumov v spoločenských vedách. Iris.

Lee, S., & Ahn, C. H. (2003). Modified ANOVA for unequal variances. Communications in Statistics - Simulation and Computation, 32, 987-1004.

Lehmann, E.L. (1959) Testing Statistical Hypotheses. John Wiley & Sons.

Lix, L. M., Keselman, J. C., & Keselman, H. J. (1996). Consequences of assumption violations revisited: A quantitative review of alternatives to the one-way analysis of variance F test. Review of Educational Research, 66, 579-619.

Mareš, P., Rabušic, L., & Soukup, P. (2015). Analýza sociálněvědních dat (nejen) v SPSS. Masarykova univerzita.

Martin, P., & Bateson, P. P. G. (2009). Úvod do teorie a metodologie měření chování. Portál.

Meloun, M., Militký, J., & Hill, M. (2012). Statistická analýza vícerozměrných dat v příkladech. Academia.

Moder, K. (2010). Alternatives to F-test in one way ANOVA in case of heterogeneity of variances (a simulation study). Psychological Test and Assessment Modeling, 52, 343-353.

Montgomery, Douglas C. (2001). Design and Analysis of Experiments (5th ed.). New York: Wiley. ISBN 978-0-471-31649-7.

Moore, David S. & McCabe, George P. (2003). Introduction to the Practice of Statistics (4e). W H Freeman & Co. ISBN 0-7167-9657-0

Ondrejkovič, P., & Majerčíková, J. (2012). Vysvetlenie, porozumenie a interpretácia v spoločenskovednom výskume.

Ptáček, R, Raboch J. (2010) Určení rozsahu souboru a power analýza v psychiatrickém výzkumu. Česká a Slovenská Psychiatrie 106 (1) 33- 41.

Punch, K. (2008). Úspěšný návrh výzkumu. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-468-7.

Ritomský, A. (1999). Deskripcia dát pomocou SPSS: sondy do súčasnej rodiny a domácnosti. Medzinárodné stredisko pre štúdium rodiny.

Rosenbaum, Paul R. (2002). Observational Studies (2nd ed.). New York: Springer-Verlag. ISBN 978-0-387-98967-9

Řehák, J., Brom, O. (2015) SPSS – Praktická analýza dat. Computer Press, Brno, ISBN 978-80-251-4609-5

Scheffé, Henry (1959). The Analysis of Variance. New York: Wiley.

Stigler, Stephen M. (1986). The history of statistics : the measurement of uncertainty before 1900. Cambridge, Mass: Belknap Press of Harvard University Press. ISBN 978-0-674-40340-6.

Weerahandi, S. (1995). ANOVA under unequal error variances. Biometrics, 51, 589-599.

Wilkinson, Leland (1999). „Statistical Methods in Psychology Journals; Guidelines and Explanations“. American Psychologist. 5 (8): 594–604. CiteSeerX 10.1.1.120.4818. doi:10.1037/0003-066X.54.8.594.

Yiğit, E., & Gökpınar, F. (2010). A Simulation study on tests for one-way ANOVA under the unequal variance assumption. Communications Faculty of Sciences University of Ankara, Series A1, 59, 15-34.

doc. PhDr. Marián Špajdel, PhD.
Katedra psychológie, FF TU v Trnave,
Hornopotočná 23, SK-918 43 Trnava
marian.spajdel@truni.sk

Sprievodca analýzou rozptylu v psychologickom výskume

Vysokoškolská učebnica

Recenzenti:
prof. Mgr. Peter Halama, PhD.
Mgr. Juraj Holdoš, PhD

Vydavateľ:
Filozofická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave
Hornopotočná 23, 918 43 Trnava
http://ff.truni.sk/katedra-psychologie

ISBN 978-80-568-0280-9

9 788056 802809