ACTA
FACULTATIS PAEDAGOGICAE
UNIVERSITATIS TYRNAVIENSIS

Séria C

MATEMATIKA, FYZIKA, INFORMATIKA

Trnava
2003

ZBORNÍK PEDAGOGICKEJ FAKULTY
TRNAVSKEJ UNIVERZITY
Séria C – MATEMATIKA, FYZIKA, INFORMATIKA

Bližšie informácie týkajúce sa objednávok alebo výmeny zborníka zasielajte na adresu:
Pedagogická fakulta TU
Oddelenie pre vedu, výskum a zahraničné styky
Priemyselná 4, P.O.Box 9
SK-918 43 TRNAVA
tel.: 033 / 55 16 047, e-mail: mdrdulov@truni.sk

MATEMATIKA

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp. 5 –11.

MONOMIÁLNE GORENSTEINOVE KRIVKY A NIEKTORÉ ĎALŠIE KRIVKY V A^4

MICHAELA HOLEŠOVÁ

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, Fakulta prírodných vied,
Žilinská univerzita v Žiline,
Hurbanova 15, 010 26 Žilina
e-mail: michaela.holesova@fpv.utc.sk

Abstract: HOLEŠOVÁ, M.: Monomial Gorenstein curves and another curves. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 5 – 11.

In this paper we pay our attention on a special class of monomial curves – Gorenstein curves in 4–dimensional affine space A^4. We know that they are set-theoretical complete intersections. These curves are intersection of three hypersurfaces and we will find their concrete description.

Key words: monomial curve, prime ideal, set–theoretical complete intersection, symmetrical numerical semigroup.

Úvod

Vyriešiť klasický problém algebraickej geometrie nie je jednoduché. V dnešnom, modernejšom jazyku sa dá tento problém vyjadriť nasledovne: Aký je najmenší počet plôch, ktorých priesekom je daná algebraická afinná varieta v n–rozmernom afinnom priestore?

Možno odpoveďou na túto otázku by bolo dokázanie hypotézy, že každá algebraická varieta v n–rozmernom priestore je prienikom n–1 nadplôch. V súvislosti s touto hypotézou sa študuje aj špeciálna trieda ireducibilných kriviek, a to monomiálnych kriviek v projektívnom alebo afinnom priestore. V tomto článku venujeme pozornosť hlavne monomiálnym krivkám v afinnom štvorrozmernom priestore A^4, ktoré sa niekedy nazývajú aj Gorensteinove krivky. H. Bresinsky sa v práci [2] zaoberal problémom ohraničenia počtu nadplôch, ktorých prienikom sú tieto krivky. Ukázal, že Gorensteinove krivky sú prienikom troch nadplôch. My sa pokúsime o konkrétne vyjadrenie týchto nadplôch a zároveň uvedieme niekoľko ďalších (nie Gorensteinových) monomiálnych kriviek v A^4, o ktorých sa nám podarilo spojením metód uvedených v prácach [2] a [4] dokázať, že sú množinovým úplným prienikom, t.j. sú prienikom troch nadplôch.

Základné pojmy

Pracujeme v štvorrozmernom afinnom priestore A^4 nad ľubovoľným poľom *K*. Označme $\boldsymbol{R} = K[x_1, x_2, x_3, x_4]$ okruh polynómov štyroch neurčitých nad poľom *K*.

Definícia 1. Nech $H = \langle n_1, n_2, n_3, n_4 \rangle = \left\{ z, z = \sum_{i=1}^{4} n_i z_i, z_i \in Z_0^+, n_i \in N \right\}$ je numerická pologrupa, kde $(n_1, n_2, n_3, n_4) = 1$. Potom množinu bodov $C = \left\{ \left(T^{n_1}, T^{n_2}, T^{n_3}, T^{n_4} \right), T \in K \right\}$ v afinnom priestore A^4 nazveme <u>monomiálnou krivkou</u>, čo budeme zjednodušene zapisovať $C(n_1, n_2, n_3, n_4)$.

Definícia 2. Nech $C(n_1, n_2, n_3, n_4)$ je monomiálna krivka v A^4. Potom ideál **I** okruhu ***R*** je asociovaný ideál ku krivke C práve vtedy, keď je množinou všetkých polynómov $q(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \boldsymbol{R}$, pre ktoré platí, že $q(t^{n_1}, t^{n_2}, t^{n_3}, t^{n_4}) = 0$, kde t je neurčitá nad K.

Okruh ***R*** je noetherovský okruh [6, *kap.IV*, *§1, dôsl.1*]. Niekedy sa ideál **I** nazýva aj asociovaný (odpovedajúci) ideál k numerickej pologrupe H [4] a krivka C sa nazýva "všeobecným bodom" pre ideál **I** [8, *odsek 3.2.*]. Nie je problém dokázať, že asociovaný ideál **I** je prvoideál [8, *odsek 2.3, príkl.3*]; z toho vyplýva, že krivka C je ireducibilná.

Skôr než uvedieme nasledujúcu definíciu, pripomenieme, čo je to radikál ideálu. Radikál ideálu **I** (označenie Rad(**I**)) je ideál okruhu ***R*** pre ktorý platí: Rad(**I**) = $\{F \in \boldsymbol{R};\ \exists\ \delta \in N,\ F^{\delta} \in \mathbf{I}\}$. Ak ideál **I** je prvoideál, tak Rad(**I**) = **I** [6, *kap.III*, *§9, veta 12*]. Označme číslom $\mu(\mathbf{I})$ minimálny počet generátorov ideálu **I** a číslom h(**I**) výšku ideálu **I**. V noetherovských okruhoch pre ideál $\mathbf{I} \neq (1)$ platí: $h(\mathbf{I}) \leq \mu(\mathbf{I})$. Ak prvoideál **I** okruhu ***R*** je asociovaný ideál ku monomiálnej krivke C, tak $h(\mathbf{I}) = 3$. (Podrobnejšie sa môžeme o vlastnostiach ideálov dočítať napríklad v knihe [5].)

Definícia 3. Ak ideál **I** okruhu ***R*** je asociovaný ideál ku monomiálnej krivke C (k numerickej pologrupe H) v A^4, tak krivka C (prípadne ideál **I**) je

A) ideálovým úplným prienikom práve vtedy, ak pre ideál **I** platí: $\mu(\mathbf{I}) = h(\mathbf{I}) = 3$

B) množinovým úplným prienikom práve vtedy, ak ideál $\mathbf{I} = \mathrm{Rad}(a_1,a_2,a_3)$, kde polynómy $a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{I}$

Všeobecnejšiu definíciu môžeme napríklad nájsť v práci [5, *kap.V, def.3.12*]. Z definície 3 je zrejmé, že ak je krivka ideálovým, tak je aj množinovým úplným prienikom. V oboch prípadoch je krivka prienikom troch nadplôch.

Definícia 4. Nech $H = \langle n_1, n_2, n_3, n_4 \rangle = \left\{ z, z = \sum_{i=1}^{4} n_i z_i, z_i \in Z_0^+, n_i \in N \right\}$ je numerická pologrupa, kde $(n_1, n_2, n_3, n_4) = 1$. Nech existuje také $m \in Z - H$, že $\forall\, j \in N$ je $m + j \in H$. Potom pologrupa H sa nazýva symetrická práve vtedy, keď $\forall\, c \in H$, $m - c \notin H$.

Definícia 5. Monomiálna krivka $C(n_1, n_2, n_3, n_4)$ v A^4 sa nazýva (monomiálna) Gorensteinova krivka práve vtedy, keď numerická pologrupa $H = \langle n_1, n_2, n_3, n_4 \rangle$ je symetrická.

Gorensteinove krivky

H. Bresinsky v práci [1] ukázal, že asociovaný prvoideál **I** ku Gorensteinovej krivke $C(n_1, n_2, n_3, n_4)$ v A^4 nad ľubovoľným poľom K je generovaný 3 alebo 5 prvkami.

Ak $\mathbf{I} = (F_1, F_2, F_3)$, tak $F_1 = x_1^{r_1} - x_2^{r_2}$, $F_2 = x_3^{r_3} - x_1^{\alpha_{31}} x_2^{\alpha_{32}}$, $F_3 = x_4^{r_4} - x_1^{\alpha_{41}} x_2^{\alpha_{42}} x_3^{\alpha_{43}}$, kde $r_j \geq 2$ ($j = 1,\ldots,4$), $\alpha_{3i} \geq 0$, $\alpha_{4j} \geq 0$ ($i = 1,2$, $j = 1,2,3$), alebo
$F_1 = x_1^{r_1} - x_2^{r_2}$, $F_2 = x_3^{r_3} - x_4^{r_4}$, $F_3 = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} - x_3^{\beta_3} x_4^{\beta_4}$, kde $r_j \geq 2$ ($j = 1,\ldots,4$), $\alpha_1 + \alpha_2 \geq 2$, $\beta_3 + \beta_4 \geq 2$, $\alpha_i \geq 0$ ($i = 1,2$), $\beta_j \geq 0$ ($j = 3,4$).
Ak $\mathbf{I} = (F_1, F_2, F_3, F_4, F_5)$, tak tieto generátory sú $F_1 = x_1^{r_1} - x_3^{\alpha_{13}} x_4^{\alpha_{14}}$, $F_2 = x_2^{r_2} - x_1^{\alpha_{21}} x_4^{\alpha_{24}}$, $F_3 = x_3^{r_3} - x_1^{\alpha_{31}} x_2^{\alpha_{32}}$, $F_4 = x_4^{r_4} - x_2^{\alpha_{42}} x_3^{\alpha_{43}}$, $F_5 = x_1^{\alpha_{21}} x_3^{\alpha_{43}} - x_2^{\alpha_{32}} x_4^{\alpha_{14}}$, pričom
$r_1 = \alpha_{21} + \alpha_{31}$, $r_2 = \alpha_{32} + \alpha_{42}$, $r_3 = \alpha_{13} + \alpha_{43}$, $r_4 = \alpha_{14} + \alpha_{24}$ a $0 < \alpha_{ij} < r_j$, $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq 4$.
Je zrejmé, že v prípade 3 generátorov je asociovaný prvoideál ideálovým úplným prienikom.
V svojej ďalšej práci [2] dokázal nasledujúcu vetu.

Veta 1. Nech **I** je prvoideál asociovaný ku Gorensteinovej krivke v A^4 nad ľubovoľným poľom K, potom $\exists\ g_1 \in K[x_1, x_2, x_3, x_4]$, pre ktorý platí $\mathbf{I} = \mathrm{Rad}(g_1, g_2 = F_2, g_3 = F_3)$.

Teda ak je asociovaný prvoideál **I** úplný prienik, tak je aj množinový úplný prienik, t.j. $g_1 = F_1$. Ak asociovaný prvoideál **I** má päť generátorov, tak je množinový úplný prienik. V tomto prípade H. Bresinsky uviedol aj návod na konštrukciu polynómu g_1, kde $g_1 = \pm x_4^{\mu} + h$, $h\in(x_1, x_2, x_3)$, $\mu\in N$ a $\mathbf{I} = \mathrm{Rad}(g_1, F_2, F_3)$. Najskôr sa nájde taký polynóm g_0, že $F_1^{r_3} \equiv x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31}} g_0 \bmod (F_2, F_3)$. Presné vyjadrenie polynómu g_0 nájdeme v článku [2]. Zároveň je $g_0^{r_2} \equiv x_1^{\alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} g_1 \bmod (F_2, F_3)$. Z toho je zrejmé, že $F_1^{r_2 r_3} \equiv x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31}r_2} g_0^{r_2} \bmod (F_2, F_3)$, teda $F_1^{r_2 r_3} \equiv x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31}r_2+\alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} g_1 \bmod (F_2, F_3)$.

Pre naše ďalšie úvahy budú potrebné nasledujúce tvrdenia.

Veta 2. Nech $\mathbf{I} = (F_1, F_2, \dots, F_s) \subset \boldsymbol{R}$ je asociovaný prvoideál k monomiálnej krivke $C(n_1, n_2, n_3, n_4)$ v A^4. Nech je daný ideál $L = (F_h, F_q)$ [$h \neq q$, $h, q \in \{1,2,\dots,s\}$], kde $F_h = x_i^{r_i} - x_j^{\alpha_{ij}} x_k^{\alpha_{ik}} x_l^{\alpha_{il}}$, $F_q = x_j^{r_j} - x_k^{\alpha_{jk}} x_l^{\alpha_{jl}}$ a platí: $i \neq j$, $i, j \in \{1,2,3,4\}$, $k \neq l$, $k, l \in \{1,2,3,4\} - \{i, j\}$, $\alpha_{jk} \neq 0$, $\alpha_{jl} \neq 0$, $\alpha_{ij} < r_j$ a aspoň dve $\alpha_{im} \neq 0$ pre $m \in \{1,2,3,4\} - \{i\}$. Potom $(R/L, \oplus)$ spolu s operáciou násobenia $\bullet$ definovanou tak, že pre $\forall a \in K[x_k, x_l], \forall \overline{f} \in R/L$, $a \bullet \overline{f} = \overline{af}$, je voľný modul nad $K[x_k, x_l]$.

Je zrejmé, že $M = (R/L, \oplus)$ je komutatívna grupa, pričom operácia sčítania $\oplus$ je definovaná takto: $\forall \overline{f}, \overline{g} \in R/L$, $\overline{f} \oplus \overline{g} = \overline{f+g}$. Z definície operácií $\oplus$, $\bullet$ priamo vyplýva, že M je modulom nad $K[x_k, x_l]$. Ak M má byť voľným modulom nad $K[x_k, x_l]$, tak musí existovať báza tohto modulu, t.j. množina generátorov tohto modulu, ktorá je nezávislá.

Množina $\left\{ \overline{1}, \overline{x_i}, \dots, \overline{x_i^{r_i-1}}, \overline{x_j}, \dots, \overline{x_j^{r_j-1}}, \overline{x_i x_j}, \dots, \overline{x_i^{r_i-1} x_j^{r_j-1}} \right\}$ je bázou tohto modulu práve vtedy, keď

$\forall \overline{f} \in R/L$ sa dá jednoznačne vyjadriť $\overline{f} = a_1 \bullet \overline{1} \oplus \dots \oplus a_{r_i r_j} \bullet \overline{x_i^{r_i-1} x_j^{r_j-1}}$, $a_m \in K[x_k, x_l]$

($m = 1, \dots, r_i r_j$) . Ak zoberieme ľubovoľný polymóm $f \in K[x_j, x_k, x_l][x_i]$ a binóm F_h, tak existujú jednoznačne určené polynómy w, $g \in K[x_j, x_k, x_l][x_i]$, pričom $\mathrm{st}(g) < \mathrm{st}(F_h) = r_i$, $f = wF_h + g$ a $g = b_1 + b_2 x_i + b_3 x_i^2 + \dots + b_{r_i-1} x_i^{r_i-2} + b_{r_i} x_i^{r_i-1}$, $b_d \in K[x_j, x_k, x_l]$, pozri [6, *kap.1*, *§17, veta9*]. Analogicky pre každý $b_d \in K[x_k, x_l][x_j]$, $d = 1,2,\dots,r_i$ a binóm F_q existujú jednoznačne určené polynómy w_d, $g_d \in K[x_k, x_l][x_j]$, pričom $\mathrm{st}(g_d) < \mathrm{st}(F_q) = r_j$, $b_d = w_d F_q + g_d$ a $g_d = a_d^1 + a_d^2 x_j + a_d^3 x_j^2 + \dots + a_d^{r_j-1} x_j^{r_j-2} + a_d^{r_j} x_j^{r_j-1}$, $a_d^n \in K[x_k, x_l]$, $n = 1,2,\dots,r_j$.

Polynóm f sa dá vyjadriť v tvare $f = wF_h + g = wF_h + b_1 + b_2 x_i + b_3 x_i^2 + \dots + b_{r_i-1} x_i^{r_i-2} + b_{r_i} x_i^{r_i-1} =$
$= wF_h + (w_1 + w_2 x_i + w_3 x_i^2 + \dots + w_{r_i-1} x_i^{r_i-2} + w_{r_i} x_i^{r_i-1})F_q + g_1 + g_2 x_i + g_3 x_i^2 + \dots$
$\dots + g_{r_i-1} x_i^{r_i-2} + g_{r_i} x_i^{r_i-1}$. Teda každý polynóm $f \in K[x_i, x_j, x_k, x_l]$ patrí do triedy $\overline{f} \in R/L$, ktorú môžeme vyjadriť v tvare

$$\overline{f} = a_1^1 \bullet \overline{1} \oplus \dots \oplus a_1^{r_j} \bullet \overline{x_j^{r_j-1}} \oplus a_2^1 \bullet \overline{x_i} \oplus \dots \oplus a_2^{r_j} \bullet \overline{x_j^{r_j-1} x_i} \oplus \dots \oplus a_3^1 \bullet \overline{x_i^2} \oplus \dots \oplus a_3^{r_j} \bullet \overline{x_j^{r_j-1} x_i^2} \oplus$$

$\oplus\, a_{r_i-1}^1 \bullet \overline{x_i^{r_i-2}} \oplus \dots \oplus a_{r_i-1}^{r_j} \bullet \overline{x_j^{r_j-1} x_i^{r_i-2}} \oplus a_{r_i}^1 \bullet \overline{x_i^{r_i-1}} \oplus \dots \oplus a_{r_i}^{r_j} \bullet \overline{x_j^{r_j-1} x_i^{r_i-1}}$, pretože M je modul nad $K[x_k, x_l]$. Keďže ideál L je určený Gröbnerovou bázou, je zvyšok po delení ľubovoľného polynómu f prvkami tejto bázy jednoznačne určený [7, *kap.1*], t.j. aj príslušná trieda $\overline{f}$, do ktorej patrí tento polynóm f, je jednoznačne určená.

Dôsledok 1. Ak ideál $L = (F_h, F_q)$ má vlastnosti uvedené vo vete 2, tak $x_k^s x_1^p f \equiv 0 \mod L$, kde $f \in \boldsymbol{R}$, $s, p \in Z_0^+$ práve vtedy, keď $f \equiv 0 \mod L$.

Načrtneme iný dôkaz vety 1, ktorý využíva myšlienky uvedené v prácach [2] a [4]. Spojením týchto myšlienok vieme konkrétne vyjadriť tri nadplochy, ktorých prienikom je daná monomiálna krivka v A^4, teda aj dokázať, že je množinovým úplným prienikom.
V článku [2] nájdeme dôkaz toho, že $\mathbf{I} = \mathrm{Rad}(F_1, F_2, F_3, F_4)$.

Platí $x_4^{\alpha_{24}} F_1 + x_1^{\alpha_{31}} F_2 + x_2^{\alpha_{42}} F_3 + x_3^{\alpha_{13}} F_4 = 0$ a to je ekvivalentné s

$x_4^{\alpha_{24}} F_1 \equiv -x_3^{\alpha_{13}} F_4 \mod (F_2, F_3)$. Z vlastností kongruencií je

$x_4^{\alpha_{24} r_2 r_3} F_1^{r_2 r_3} \equiv (-1)^{r_2 r_3} x_3^{\alpha_{13} r_2 r_3} F_4^{r_2 r_3} \mod (F_2, F_3)$, alebo

$x_4^{\alpha_{24} r_2 r_3} F_1^{r_2 r_3} \equiv (-1)^{r_2 r_3} \left(x_1^{\alpha_{31}} x_2^{\alpha_{32}}\right)^{\alpha_{13} r_2} F_4^{r_2 r_3} \mod (F_2, F_3)$. To môžeme ešte upraviť

$$x_4^{\alpha_{24} r_2 r_3} F_1^{r_2 r_3} \equiv (-1)^{r_2 r_3} x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31} r_2 + \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} x_4^{\alpha_{13}\alpha_{24}\alpha_{32}} F_4^{r_2 r_3} \mod (F_2, F_3). \tag{1}$$

Pokúsime sa vyjadriť polynóm P, pre ktorý dokážeme, že $\mathbf{I} = \mathrm{Rad}(P, F_2, F_3)$. Označme, tak ako H. Bresinsky, zmenu ľubovoľného polynómu pričítaním vhodného násobku binómov F_2, F_3 znakom $\rightarrow$. Zoberme práve polynóm $F_1^{r_2 r_3}$.

$$F_1^{r_2 r_3} = (-1)^{r_2 r_3} \left(x_3^{\alpha_{13}} x_4^{\alpha_{14}} - x_1^{r_1}\right)^{r_2 r_3} = (-1)^{r_2 r_3} \sum_{j=0}^{r_2 r_3} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} \left(x_3^{\alpha_{13}} x_4^{\alpha_{14}}\right)^{r_2 r_3 - j} x_1^{r_1 j} \rightarrow$$

$[\, x_3^{\alpha_{13}(r_2 r_3 - j)} = x_3^{r_3(\alpha_{13} r_2 - j) + \alpha_{43} j} \rightarrow \left(x_1^{\alpha_{31}} x_2^{\alpha_{32}}\right)^{\alpha_{13} r_2 - j} x_3^{\alpha_{43} j}$, pre $j < \alpha_{13} r_2$]

$$\rightarrow (-1)^{r_2 r_3} \Big(\sum_{j=0}^{\alpha_{13} r_2 - 1} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} x_3^{\alpha_{43} j} \left(x_1^{\alpha_{31}} x_2^{\alpha_{32}}\right)^{\alpha_{13} r_2 - j} x_4^{\alpha_{14}(r_2 r_3 - j)} x_1^{r_1 j} +$$
$$+ \sum_{j=\alpha_{13} r_2}^{r_2 r_3} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} \left(x_3^{\alpha_{13}} x_4^{\alpha_{14}}\right)^{r_2 r_3 - j} x_1^{r_1 j} \Big) \rightarrow$$

$[\, x_2^{\alpha_{32}(\alpha_{13} r_2 - j)} = x_2^{r_2(\alpha_{13}\alpha_{32} - j) + \alpha_{42} j} \rightarrow \left(x_1^{\alpha_{21}} x_4^{\alpha_{24}}\right)^{\alpha_{13}\alpha_{32} - j} x_2^{\alpha_{42} j}$, pre $j < \alpha_{13}\alpha_{32} < \alpha_{13} r_2$]

$$\rightarrow (-1)^{r_2 r_3} \Big(\sum_{j=0}^{\alpha_{13}\alpha_{32} - 1} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} x_3^{\alpha_{43} j} \left(x_1^{\alpha_{21}} x_4^{\alpha_{24}}\right)^{\alpha_{13}\alpha_{32} - j} x_2^{\alpha_{42} j} x_4^{\alpha_{14}(r_2 r_3 - j)} x_1^{r_1 j + \alpha_{31}(\alpha_{13} r_2 - j)} +$$
$$+ \sum_{j=\alpha_{13}\alpha_{32}}^{\alpha_{13} r_2 - 1} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} x_1^{r_1 j + \alpha_{31}(\alpha_{13} r_2 - j)} x_2^{\alpha_{32}(\alpha_{13} r_2 - j)} x_3^{\alpha_{43} j} x_4^{\alpha_{14}(r_2 r_3 - j)} +$$
$$+ \sum_{j=\alpha_{13} r_2}^{r_2 r_3} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} \left(x_3^{\alpha_{13}} x_4^{\alpha_{14}}\right)^{r_2 r_3 - j} x_1^{r_1 j} \Big) =$$

[pričom $r_1 j - \alpha_{13}\alpha_{31} r_2 - \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32} = \alpha_{21}(j - \alpha_{13}\alpha_{32}) + \alpha_{31}(j - \alpha_{13} r_2) > 0$, pre $j \geq \alpha_{13} r_2$]

$$= (-1)^{r_2 r_3} x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31} r_2 + \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} \Big(\sum_{j=0}^{\alpha_{13}\alpha_{32} - 1} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} x_2^{\alpha_{42} j} x_3^{\alpha_{43} j} x_4^{\alpha_{14} r_2 r_3 + \alpha_{13}\alpha_{24}\alpha_{32} - r_4 j} +$$
$$+ \sum_{j=\alpha_{13}\alpha_{32}}^{\alpha_{13} r_2 - 1} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} x_1^{\alpha_{21}(j - \alpha_{13}\alpha_{32})} x_2^{\alpha_{32}(\alpha_{13} r_2 - j)} x_3^{\alpha_{43} j} x_4^{\alpha_{14}(r_2 r_3 - j)} +$$
$$+ \sum_{j=\alpha_{13} r_2}^{r_2 r_3} (-1)^j \binom{r_2 r_3}{j} \left(x_3^{\alpha_{13}} x_4^{\alpha_{14}}\right)^{r_2 r_3 - j} x_1^{r_1 j - \alpha_{13}\alpha_{31} r_2 - \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} \Big) = (-1)^{r_2 r_3} x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31} r_2 + \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} P$$

Je zrejmé, že $F_1^{r_2 r_3} \equiv (-1)^{r_2 r_3} x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31} r_2 + \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} P \mod (F_2, F_3)$. (2)

Z kongruencií (1), (2) vyplýva, že
$\left(-1\right)^{r_2r_3} x_4^{\alpha_{24}r_2r_3} x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31}r_2+\alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} P \equiv \left(-1\right)^{r_2r_3} x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31}r_2+\alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} x_4^{\alpha_{13}\alpha_{24}\alpha_{32}} F_4^{r_2r_3}$ mod (F_2, F_3). Na základe vety 2 je $R/(F_2, F_3)$ voľný modul nad $K\left[x_1, x_4\right]$ a z dôsledku 1 vyplýva, že je aj $x_4^{\alpha_{24}r_2r_3-\alpha_{13}\alpha_{24}\alpha_{32}} P \equiv F_4^{r_2r_3}$ mod (F_2, F_3), teda $F_4^{r_2r_3} \in (P, F_2, F_3)$.

Z konštrukcie polynómu P vieme, že $F_1^{r_2r_3} \in (P, F_2, F_3)$. Tým sme dokázali, že **I** = Rad(F_1, F_2, F_3, F_4) $\subseteq$ Rad(P, F_2, F_3). P je z prvoideálu **I**, pretože $x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31}r_2+\alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} P \in$ **I** a súčasne $x_1^{\alpha_{13}\alpha_{31}r_2+\alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32}} \notin$ **I**. Z toho Rad(P, F_2, F_3) $\subseteq$ Rad(**I**) = **I**, teda **I** = Rad(P, F_2, F_3).
Ešte chceme upozorniť, že pre polynómy P, g_1 platí $\left(-1\right)^{r_2r_3} P \equiv g_1$ mod (F_2, F_3).

Príklad 1. Zoberme si konkrétnu Gorensteinovu krivku C(5,6,8,7) v A^4. Asociovaný prvoideál má bázu **I** = ($x_1^3 - x_3x_4$, $x_2^2 - x_1x_4$, $x_3^2 - x_1^2x_2$, $x_4^2 - x_2x_3$, $x_1x_3 - x_2x_4$). Priamo z našich úvah polynóm $P = x_4^5 - 4x_2x_3x_4^3 + 6x_1x_3^2x_4^2 - 4x_1^4x_3x_4 + x_1^7$ a **I** = Rad(P, F_2, F_3). Ak použijeme Bresinského postup, tak polynóm $g_1 = x_4^5 - 4x_2x_3x_4^3 + 6x_1^3x_2x_4^2 - 4x_1^4x_3x_4 + x_1^7$, pričom polynóm $P = g_1 + 6\,x_1x_4^2\,F_3$.

Existuje súvis s vlastnosťami monomiálnych kriviek, resp. ich asociovaných prvoideálov a mocninami týchto asociovaných prvoideálov. n–tú mocninu prvoideálu **I** označme $\mathbf{I}^{\mathrm{n}}$. n–tá symbolická mocnina $\mathbf{I}^{(\mathrm{n})}$ prvoideálu **I** je definovaná ako $\mathbf{I}^{(\mathrm{n})} = \mathbf{I}^{\mathrm{n}} \boldsymbol{R}_{\mathbf{I}} \cap \boldsymbol{R}$, pričom $\boldsymbol{R}_{\mathbf{I}}$ je lokalizácia okruhu $\boldsymbol{R}$ prvoideálom **I**.

V práci [9] nájdeme dôkaz toho, že rovnosť $\boldsymbol{P}^{(\mathrm{n})} = \boldsymbol{P}^{\mathrm{n}}$ pre $\forall$ n$\in N$ je ekvivalentná s tým, že prvoideál $\boldsymbol{P}$ je úplný prienik, avšak musí platiť, že $\boldsymbol{P}$ je taký prvoideál v Cohen-Macaulayho okruhu $\boldsymbol{S}$, že $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{P}}$ je regulárny okruh a dim $\boldsymbol{S}/\boldsymbol{P}$ = 1.

Môžeme si teda položiť otázku ako úzko súvisí symbolická mocnina a mocnina asociovaného prvoideálu k monomiálnej (ireducibilnej) krivke, ktorá je úplným alebo množinovým úplným prienikom.

S. Solčan sa v práci [3] zaoberal vzťahom symbolickej mocniny a mocniny asociovaných prvoideálov práve ku Gorensteinovým krivkám v A^4.

Ak je Gorensteinova krivka ideálovým úplným prienikom, t.j. μ(**I**) = 3, tak pre jej asociovaný prvoideál **I** platí rovnosť $\mathbf{I}^{(\mathrm{n})} = \mathbf{I}^{\mathrm{n}}$ pre každé n$\in N$, n ≥ 2. Ak je Gorensteinova krivka množinovým úplným prienikom, t.j. μ(**I**) = 5, tak $\mathbf{I}^{(2)} = \mathbf{I}^2$ a $\mathbf{I}^{(3)} \neq \mathbf{I}^3$.

S. Solčan našiel prvky $d_1 = x_2^{r_2+\alpha_{42}} x_3^{\alpha_{43}}$, $d_2 = x_2^{2\alpha_{42}} x_3^{2\alpha_{43}}$, $d_3 = x_2^{\alpha_{42}} x_3^{r_3+2\alpha_{43}}$, $d_4 = x_1^{r_1+\alpha_{21}} x_3^{\alpha_{43}}$, $d_5 = x_1^{2\alpha_{21}} x_3^{2\alpha_{43}}$, $d_6 = x_1^{\alpha_{21}} x_3^{r_3+\alpha_{43}} \in \mathbf{I}^{(3)}$ tak, že $\mathbf{I}^{(3)} = (\mathbf{I}^3, d_1, \ldots, d_6)$

Nesymetrická numerická pologrupa H a niektoré monomiálne krivky $C\left(n_1, n_2, n_3, n_4\right)$.

Bázu asociovaného prvoideálu ku každej uvedenej monomiálnej krivke C v A^4 sme spočítali pomocou programu Macaulay vytvoreného D. Bayerom a M. Stillmanom. Ako uvidíme, tieto bázy nemajú vyjadrenie ako bázy asociovaných ideálov ku Gorensteinovým krivkám, teda pre numerickú pologrupu $H = \left\langle n_1, n_2, n_3, n_4 \right\rangle$ platí, že nie je symetrická, t.j. uvádzame príklady ne-Gorensteinových monomiálnych kriviek, pričom dokážeme, že sú množinovým úplným prienikom.

Príklad 2. Asociovaný prvoideál $\mathbf{I_1}$ k monomiálnej krivke C(7,8,9,12) má bázu
$\mathbf{I_1} = \left(x_1^3 - x_3x_4, x_2^2 - x_1x_3, x_3^3 - x_1x_2x_4, x_4^2 - x_1x_2x_3, x_1^2x_4 - x_2x_3^2\right)$.
$\mathbf{I_1}$ = Rad(F_1 ,F_2 ,F_3 ,F_4), pretože $F_5^2 = x_1x_4^2F_1 + x_3^4F_2 + x_1x_3^2F_3 + x_1x_3x_4F_4$.

Platí $x_3^2F_1 + x_1^2x_3F_2 + x_4F_3 + x_1x_2F_4 = 0$ a to je ekvivalentné s

$x_4F_3 \equiv -x_1x_2F_4$ mod (F_1, F_2). Ak umocníme tieto polynómy súčinom exponentov neurčitých x_1, x_2 v binómoch F_1, F_2 dostaneme $x_4^6F_3^6 \equiv x_1^6x_2^6F_4^6$ mod (F_1, F_2), čo z vlastností kongruencií dáva $x_4^6F_3^6 \equiv x_3^6x_4^3F_4^6$ mod (F_1, F_2).

Umocníme binóm F_4 a označíme znakom $\to$ zmenu ľubovoľného polynómu vhodným pričítaním lineárnej kombinácie binómov F_1, F_2.

$$F_4^6 = \left(x_1x_2x_3 - x_4^2\right)^6 = \sum_{j=0}^{6}(-1)^j\binom{6}{j}\left(x_1x_2x_3\right)^{6-j}x_4^{2j} \to$$

[$x_2^6 \to \left(x_1x_3\right)^3$, pre j = 0; $x_2^5 \to \left(x_1x_3\right)^2x_2$, pre j = 1]

$$\to \left(x_1x_3\right)^9 - 6\left(x_1x_3\right)^7x_2x_4^2 + \sum_{j=2}^{6}(-1)^j\binom{6}{j}\left(x_1x_2x_3\right)^{6-j}x_4^{2j} \to$$

[pre j = 0: $x_1^9 \to \left(x_3x_4\right)^3$, pre j = 1: $x_1^7 \to x_1\left(x_3x_4\right)^2$, pre j = 2: $x_1^4 \to x_1x_3x_4$]

$$\to x_3^{12}x_4^3 - 6x_1x_2x_3^9x_4^4 + 15x_1x_2^4x_3^5x_4^5 + \sum_{j=3}^{6}(-1)^j\binom{6}{j}\left(x_1x_2x_3\right)^{6-j}x_4^{2j} =$$

[$2j - 3 > 0$ je pre $j \geq 2$]

$$= x_4^3\left(x_3^{12}x_4^3 - 6x_1x_2x_3^9x_4^4 + 15x_1x_2^4x_3^5x_4^5 + \sum_{j=3}^{6}(-1)^j\binom{6}{j}\left(x_1x_2x_3\right)^{6-j}x_4^{2j}\right) = x_4^3P_1,$$ teda platí

$F_4^6 + qF_1 + wF_2 = x_4^3P_1$, kde $q, w \in K[x_1, x_2, x_3, x_4]$ a to je ekvivalentné s

$F_4^6 \equiv x_4^3P_1$ mod (F_1, F_2), t.j. $F_4 \in \mathrm{Rad}(P_1, F_1, F_2)$ a tiež platí

$x_4^6F_3^6 \equiv x_3^6x_4^6P_1$ mod (F_1, F_2).

Keďže $R/(F_1, F_2)$ je voľný modul nad $K[x_3, x_4]$ (veta 2), z dôsledku 1 vyplýva, že aj

$F_3^6 \equiv x_3^6P_1$ mod (F_1, F_2), t.j. aj $F_3 \in \mathrm{Rad}(P_1, F_1, F_2)$.

Z toho vyplýva, že $(F_1, F_2, F_3, F_4) \subseteq \mathrm{Rad}(P_1, F_1, F_2)$ a súčasne

$\mathbf{I_1} = \mathrm{Rad}(F_1, F_2, F_3, F_4) \subseteq \mathrm{Rad}(P_1, F_1, F_2)$. P_1 je z prvoideálu $\mathbf{I_1}$, pretože $x_4^3P_1 \in \mathbf{I_1}$ a $x_4^3 \notin \mathbf{I_1}$, teda $\mathrm{Rad}(P_1,F_1,F_2) \subseteq \mathbf{I}$. Tým sme dokázali, že daná krivka je množinovým úplným prienikom.

Pre každý polynóm $W_1 \equiv P_1$ mod (F_1, F_2) tiež platí, že $\mathbf{I_1} = \mathrm{Rad}(W_1, F_1, F_2)$.

Teraz hľadajme taký polynóm $W_2 \in \mathbf{I_1}$, že $gW_2 \equiv P_1$ mod (F_1, F_2), pričom $g \in \boldsymbol{R}$. $F_3^2 \equiv x_3^2\left(x_3^4 - 2x_1x_2x_3x_4 + x_4^3\right)$ mod (F_1, F_2), označme $W_2 = x_3^4 - 2x_1x_2x_3x_4 + x_4^3$. Platí $F_3^6 \equiv x_3^6P_1$ mod (F_1, F_2) alebo $F_3^6 \equiv x_3^6W_2^3$ mod (F_1, F_2) a využitím vlastností kongruencií a dôsledku 1 je $P_1 \equiv W_2^3$ mod (F_1, F_2). $W_2 \in \mathbf{I_1}$, pretože $W_2 = x_3F_3 + x_4F_4$. Ľahko sa dá ukázať, že $\mathbf{I_1} = \mathrm{Rad}(W_2, F_1, F_2)$. Vidíme, že $\mathbf{I_1} = \mathrm{Rad}(M, F_1, F_2)$, kde polynóm $M \in \mathbf{I_1}$ nie je jednoznačne určený.

Príklad 3. Zoberme monomiálnu krivku $C(12,10,9,17)$. Asociovaný prvoideál k tejto krivke je $\mathbf{I_2} = \left(x_1^3 - x_2x_3x_4, x_2^3 - x_1x_3^2, x_3^3 - x_2x_4, x_1^2x_2 - x_4^2, x_2^2x_3 - x_1x_4\right) = (F_1, F_2, F_3, F_4, F_5)$.

Platí $F_5^2 = x_1x_2F_1 + x_2x_3^2F_2 + x_1x_2x_3F_3 - x_1^2F_4$, t.j. $\mathbf{I_2} = \mathrm{Rad}(F_1, F_2, F_3, F_4)$.

Z rovnosti $x_2^2F_1 + x_3x_4F_2 + x_1x_4F_3 - x_1x_2F_4 = 0$ vyplýva, že $x_2^2F_1 \equiv -x_3x_4F_2$ mod (F_3, F_4) a súčasne $\left(x_2^2F_1\right)^{3\cdot 2} \equiv \left(x_3x_4F_2\right)^{3\cdot 2}$ mod (F_3, F_4), čo sú exponenty neurčitých x_3, x_4 v binómoch F_3, F_4. Z toho $x_2^{12}F_1^6 \equiv x_1^8x_2^6F_2^6$ mod (F_3, F_4).

Na základe dôsledku 1 je aj $x_2^6 F_1^6 \equiv x_1^8 F_2^6 \bmod (F_3, F_4)$. Umocníme binóm F_1 a označíme znakom $\rightarrow$ zmenu ľubovoľného polynómu vhodným pričítaním lineárnej kombinácie binómov F_3, F_4.

$$F_1^6 = x_1^{18} - 6x_1^{15}x_2x_3x_4 + 15x_1^{12}x_2^2x_3^2x_4^2 - \ldots - 6x_1^3x_2^5x_3^5x_4^5 + x_2^6x_3^6x_4^6 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_1^{18} - 6x_1^{15}x_2x_3x_4 + 15x_1^{12}x_2^2x_3^2x_1^2x_2 - \ldots - 6x_1^3x_2^5x_3^2x_2x_1^6x_2^3 + x_2^6x_2^2x_1^8x_2^4 =$$

$$= x_1^8\left(x_1^{10} - 6x_1^7x_2x_3x_4 + 15x_1^6x_2^3x_3^2 - 20x_1^5x_2^6 + 15x_1^2x_2^7x_3x_4 - 6x_1x_2^9x_3^2 + x_2^{12}\right) = x_1^8 P_2 .$$

Takže $F_1^6 \equiv x_1^8 P_2 \bmod (F_3, F_4)$ a $x_2^6 F_1^6 \equiv x_1^8 F_2^6 \bmod (F_3, F_4)$. Využitím dôsledku 1 je aj $F_2^6 \equiv x_2^6 P_2 \bmod (F_3, F_4)$. Tým sme dokázali, že ideál $(F_1, F_2, F_3, F_4) \subseteq \mathrm{Rad}(P, F_3, F_4)$ a je zrejmé, že $\mathrm{Rad}(P_2, F_3, F_4) \subseteq \mathrm{Rad}(F_1, F_2, F_3, F_4)$, t.j. ideál $\mathbf{I_2}$ je množinový úplný prienik, teda krivka $C(12,10,9,17)$ je prienikom troch nadplôch, ktorých rovnice sú $P_2 = 0$, $F_3 = 0$, $F_4 = 0$.

Príklad 4. Rovnako ako v príklade 3 by sme dokázali, že monomiálne krivky $C(13,10,11,9)$, $C(11,14,10,9)$ sú množinovým úplným prienikom. Asociované prvoideály k týmto krivkám sú po poriadku $\mathbf{I_3} = \left(x_1^3 - x_2x_3x_4^2, x_2^2 - x_3x_4, x_3^2 - x_1x_4, x_1^2x_2 - x_4^4, x_1^2x_3 - x_2x_4^3\right) = \mathrm{Rad}(P_3, F_3, F_4)$, $\mathbf{I_4} = \left(x_1^3 - x_2x_3x_4, x_2^2 - x_3x_4^2, x_3^2 - x_1x_4, x_1^2x_2 - x_4^4, x_1^2x_3 - x_2x_4^2\right) = \mathrm{Rad}(P_4, F_3, F_4)$, kde

$F_3 = x_3^2 - x_1x_4$, $F_4 = x_1^2x_2 - x_4^4$ a pre polynómy P_3, P_4 platí, že

$\left(x_1^3 - x_2x_3x_4^2\right)^8 \equiv x_1^{14} P_3 \bmod (F_3, F_4)$, $\left(x_1^3 - x_2x_3x_4\right)^8 \equiv x_1^{10} P_4 \bmod (F_3, F_4)$.

Literatúra

[1] BRESINSKY, H.: *Symmetric semigroups of integers generated by 4 elements*. Manuscripta Math, 17, 1975, s. 205–219.

[2] BRESINSKY, H.: *Monomial gorenstein curves in A^4 as set-theoretic complete intersections.* Manuscripta Math, 27, 1979, s. 353–358.

[3] SOLČAN, Š.: *On the computation of symbolic powers of some curves in A^4.* Acta Math. Univ. Comenianae, Vol. LXIX, 1(2000), s. 85-95.

[4] GASTINGER, W.: *Über die Verschwindungsideale monomialer Kurven.* Dissertation zur Erlandung des Doktorgrades der Naturwissenschaften, Landshut, 1989.

[5] KUNZ, E.: *Einführung in die kommutative Algebra und algebraische Geometrie.*Vieweg, Braunschweig, 1980.

[6] ZARISKI, O. - SAMUEL, P.: *Commutative Algebra,* vol. I. D. van Nostrand Comp., Princeton–New York–Toronto–London, 1958, ruský preklad: Moskva 1963.

[7] COX, D. - LITTLE, J. - O′SHEA, D.: *Using Algebraic Geometry.* Graduate Texts in Mathematics, Volume 185, Spring er – Verlag, 1998.

[8] RENSCHUCH, B. *Elementare und praktische Idealtheorie.* Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1976.

[9] COWSIK,R.C. - NORI, M.V.: *On the fibres of blowing up.* Journal of the Indian Math. Soc., 40, 1976, s. 217–222.

Summary

MONOMIAL GORENSTEIN CURVES AND ANOTHER CURVES

We present procedure by which we can prove that some monomial curves in arbitrrary affine space are set-theoretical complete intersections. We show also a few concrete examples of non-Gorenstein monomial curves and for all mentioned curves we prove by using presented method that they are set-theoretical complete intersections.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.12 –16.

ORNAMENTY NA ZÁKLADNEJ ŠKOLE POMOCOU CABRI RUŽICOVÉ VZORY

EDITA VRANKOVÁ, KRISTÍNA SOTÁKOVÁ

Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity,
Priemyselná 4, P. O. Box 9, 918 43 TRNAVA
e-mail: evrankov@truni.sk, ksotakov@truni.sk

Abstract: VRANKOVÁ, E., SOTÁKOVÁ, K.: Ornaments in primary school by Cabri. Rosaces patterns. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 12 - 16.

Ornaments are advantageous motivation for teaching of identical transformations in Primary Schools. One of didactic software, which may use for teaching identical transformatios, is Cabri geometry.

Key words: Isometry, symmetry, ornament, rosaces, rotation, axial symmetry, geometry on primary school, Cabri geometria II.

Úvod

Vhodným motivačným prvkom pri výučbe zhodnostných[1] zobrazení na základnej škole sú ornamenty. V tejto práci si všimneme učebné osnovy pre II. stupeň základných škôl z hľadiska výskytu ornamentálnych vzorov, úloh o ornamente a pojmu ornament v spomenutom učive a zamyslíme sa nad možnosťou použitia geometrického programu Cabri II v školskej geometrii pri tvorbe ružicových ornamentov založených na otočeniach a osových súmernostiach.

Izometria, symetria, ornament

V *izometrii* (zhodnostné zobrazenie) sa môže útvar zobraziť na iný útvar (s ním zhodný) alebo na seba (invariantnosť). Každá izometria, v ktorej je útvar invariantný, sa v matematike všeobecne nazýva *symetria*. Ak existuje neidentická izometria, ktorá zobrazí útvar na seba, nazýva sa útvar *symetrický*, inak sa nazýva *nesymetrický*. Napr. symetrický je rovnostranný trojuholník - existuje 6 izometrií, ktoré ho zobrazia na seba. Množina všetkých jeho symetrií tvorí vzhľadom na operáciu skladania zobrazení grupu.

■ Množina symetrií, ktorá tvorí vzhľadom na operáciu skladania zobrazení grupu, sa nazýva *grupa symetrií*.

Ornamenty sú symetrické obrazce v rovine E_2, ktoré vzniknú pravidelným opakovaním nejakého motívu alebo harmonického celku vytvoreného pomocou izometrií [5], [6]. Množina symetrií ornamentu tvorí grupu symetrií. Motív môže byť ľubovoľný útvar, ale v prípade symetrickosti jeho symetrie nepatria do grupy symetrií ornamentu.

Poznáme tri druhy rovinných ornamentov [5], [6]:

∗ *ružica*; ozdoba v podobe štylizovaného kvetu (dá sa vložiť do kruhu),
∗ *pás*; nekonečný ozdobný rovinný pás (na odevoch, stĺpoch),
∗ *tapeta*; nekonečné ozdobné rovinné pole (nástenné tapety).

Odpovedajúce grupy symetrií sa nazývajú rovnako: ružicové, pásové a tapetové, spoločne *ornamentové grupy*. V tomto príspevku sa zameriame len na ružicové ornamenty.

[1] V učebniciach ZŠ a SŠ sa používa pojem zhodné zobrazenia (alebo zhodnosti).

Ružicové ornamenty - dynamická symetria

Ružicovými grupami v rovine E_2 nazveme (konečné) grupy symetrií, ktorých množiny symetrií neobsahujú žiadne posunutie.

Základná ružicová *rotačná grupa* C_n je generovaná otočením okolo bodu P o uhol veľkosti $\varphi = 2\pi/n$, $n \in N$. Príslušná množina symetrií (komutatívnej) grupy C_n obsahuje práve n súhlasných izometrií - otočení.

Druhá ružicová *diedrická grupa* D_n je generovaná okrem otočenia aj osovou súmernosťou s osou p. Vzhľadom na invariantnosť bodu P v grupe C_n musí os p prechádzať bodom P. Odpovedajúca množina symetrií obsahuje práve n súhlasných izometrií - otočení a práve n nesúhlasných izometrií - osových súmerností.

Ružicové ornamenty možno zostrojiť nasledovne:

Typ C_n získame otočením motívu $(n-1)$-krát okolo bodu P o uhol veľkosti $2\pi/n$.

Typ D_n možno získať dvomi spôsobmi (konštrukčne rovnocennými):

1. Zobrazíme motív v osovej súmernosti s osou p a vzniknutý harmonický celok otočíme $(n-1)$-krát okolo P o uhol s veľkosťou $2\pi/n$.
2. Otočíme motív $(n-1)$-krát okolo P o uhol s veľkosťou $2\pi/n$ a vzniknuté zoskupenie (nie harmonický celok) zobrazíme v osovej súmernosti s osou p.

Zhodnostné zobrazenia a ornamenty v školskej geometrii

Ornamenty a iné symetrické obrazce určite možno považovať za príťažlivý motivačný prvok pre väčšinu žiakov, ktorý prirodzenou cestou podporuje rozvoj ich geometrickej predstavivosti, schopnosti logicky myslieť, tvorivosti, fantázie a citu pre symetriu.

Stredová a osová súmernosť sa vyskytuje všade okolo nás (motýľ, lienka, dlaždice, ozdobné kovové dvere atď.). V školskej matematike na **II. stupni základnej školy** sa táto téma preberá **povinne** v **7. ročníku**. Úlohy a cvičenia sú vybrané v súlade s vyučovacími cieľmi [8]. Pojem ornament sa explicitne vyskytuje iba v jednom zo záverečných cvičení, kde majú žiaci určiť, ktorý z troch farebných obrázkov je stredovo alebo osovo súmerný, ale podobné úlohy riešia ešte v ďalších cvičeniach. Viaceré z úloh sú vhodné na objavenie otočení, v ktorých sú obrázky invariantné, a teda klasifikovať obrazce ako ružice. To však zostáva pre žiakov skryté, pretože otočenie sa na základnej škole nevyučuje. Téma **zhodnostných zobrazení** je odporúčaná koncom **7. ročníka** formou **rozširujúceho učiva** na prehĺbenie poznatkov o stredovej a osovej súmernosti a zavedenie ďalšej izometrie - **posunutia**. Pojem ornament sa tu vyskytuje explicitne už v piatich pekných cvičeniach. V štyroch v súvislosti s (pásovými) ornamentami, kde majú žiaci objaviť: postup ich tvorby; posunutia a ďalšie izometrie, pomocou ktorých možno ornament vytvoriť; obrazce (harmonické celky), z ktorých možno pomocou posunutia a iných izometrií vytvoriť ornamenty a dokresliť ich. V piatom cvičení majú zistiť, či v danom (tapetovom) ornamente M.C. Eschera možno nájsť izometrie.

Možno by ružicových vzorov ako aj obrázkov na dokresľovanie (pásových) ornamentov mohlo byť viac. Treba využiť naplno didaktickú silu ornamentov. Priestor na hlbšie venovanie sa téme ornamentov vidíme v rámci rozširujúceho učiva v 7. ročníku ZŠ, kde odporúčame zaradiť aj otočenie. Myslíme si, že žiaci v tomto veku sú už dosť vnímaví na okolitý svet a príklady objektov, ktoré sa reprodukujú v otočení, nie sú im neznáme.

Osnovy **osemročných gymnázií** sú podobné ako na ZŠ, ale téma **otočenia** je tu odporučená v **3. ročníku** ako **rozširujúce učivo**. Pri výučbe sa využívajú učebnice pre ZŠ.

Ak majú byť ornamenty plnohodnotným motivačným prvkom pri výučbe zhodnostných zobrazení, mali by mať žiaci dostatočný priestor nielen na:

- určovanie izometrií, ktorými možno daný ornament vytvoriť,
- hľadanie obrazcov, z ktorých možno ornament vytvoriť,
- dokresľovanie ornamentov,

ale aj (alebo predovšetkým?) na vlastnú tvorbu ornamentov.

K tomu je treba poznať pravidlá tvorby ornamentov (na základnej škole ružicových a pásových, na gymnáziách aj tapetových) a mať dostatok času na vyskúšanie tvorby príslušných ornamentov.

Problematické môže byť splnenie druhej podmienky, ak sa sústredíme iba na ručné kreslenie. To má svoje nezastupiteľné miesto vo vyučovaní geometrie, ale zároveň môže obmedzovať fantáziu žiakov a ich experimentovanie. A túto aktivitu by sme mali jednoznačne podporovať. Dnes už dostupné a takmer ideálne riešenie ponúka použitie PC a vhodného didaktického programu ako podporných vyučovacích prostriedkov. Implementácia IKT do vyučovania matematiky je zložitý a dlhodobý proces, ktorý je v súčasnosti predmetom skúmania mnohých odborníkov. V ďalšej kapitole navrhujeme didaktický postup pri učive o ružicových ornamentoch na základnej škole s využitým počítačov.

Práca s ružicovými ornamentami v Cabri II na základnej škole

Jedným z vhodných didaktických prostriedkov na vyučovanie zhodnostných zobrazení je didaktický softvér dynamickej geometrie - **Cabri geometria II** [7], [8]. Nástroje, ktoré ponúka, sú relatívne jednoduché a oboznámenie s nimi je nenáročné. I keď možnosti ich využitia sú závislé od schopností a skúseností užívateľa. Cabri II predstavuje kus čistého virtuálneho papiera s ceruzkou, plus kalkulačka, pravítko so stupnicou, trojuholník s ryskou, kružidlo, uhlomer a navyše špeciálny merač dĺžky oblúka na kružnici. Interaktívny spôsob práce s Cabri na PC má oproti ručnému kresleniu viaceré prednosti:

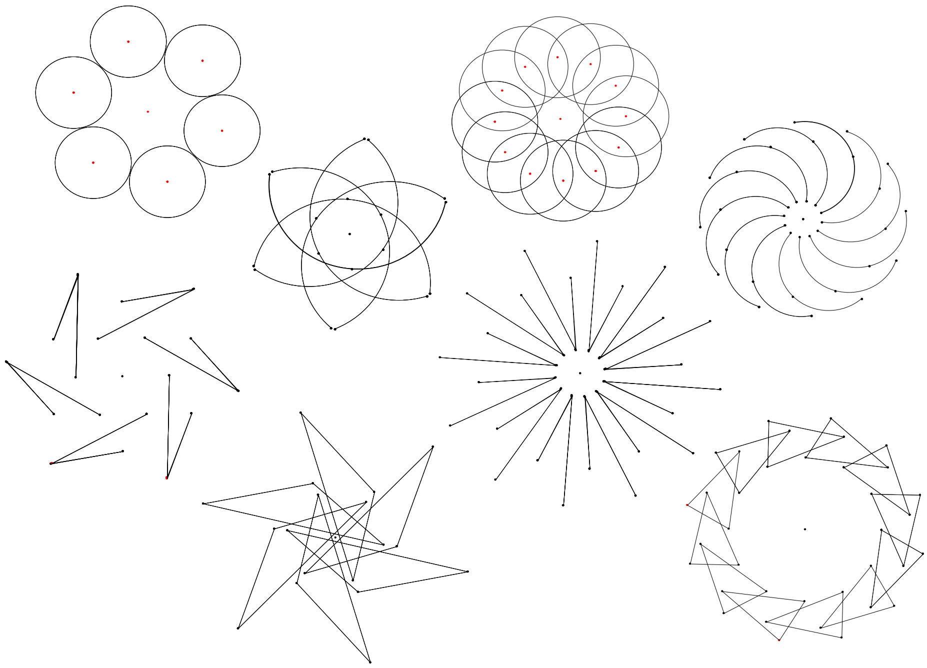
- prechod od remeselného rysovania ku skúmaniu sveta z geometrického pohľadu,
- okamžitá realizácia nápadov, vizualizácia a kontrola výsledkov,
- možnosť meniť parametre a hneď pozorovať zmenu na obrazovke,
- rozvoj štrukturálneho myslenia a geometrického riešenia problémov,
- viac možností pre tvorivé nadšenie a estetické zážitky (farebnosť).

Za pomoci makra je možné „naučiť" počítač konštruovať ružicu typu C_n (*obr.1*) a ružicu typu D_n (*obr.2*). Ako motív nám poslúži kružnica, oblúk, mnohouholník (z ktorého opticky možno vytvoriť lomenú čiaru) a trojuholník. Znázornenie ornamentu na obrazovke je presné a dynamické. Užívateľ (učiteľ, žiak) môže meniť rozmery motívu ornamentu pohybom s myšou. Taktiež je možné meniť vzdialenosť stredu od motívu, čomu sa prispôsobuje vzhľad celého ornamentu.

Z hľadiska mechanizmu poznávacieho procesu [2] pri vyučovaní matematiky môžeme prácu s ružicami v Cabri II rozdeliť do šiestich etáp:

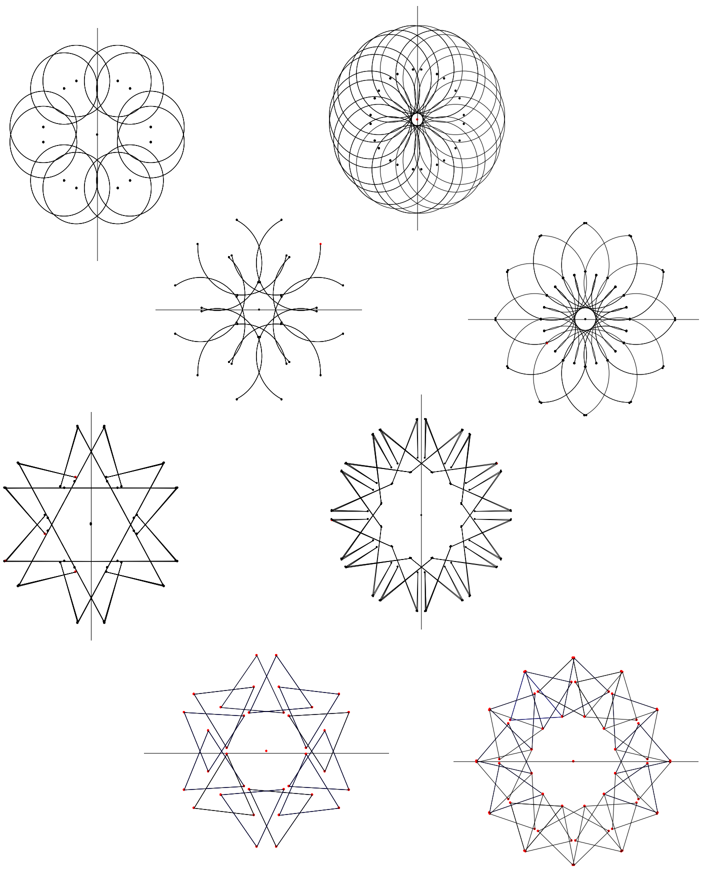
1. **Motivácia.** Žiaci sa oboznámia s ornamentami prostredníctvom apletov. Vyskúšajú si zmenu ornamentu posunutím stredu P, základným motívom, prípadne osou súmernosti pri ružiciach typu D_n. Obrázky sú dynamické, čo je dominantný prvok motivácie u žiaka základnej školy.
2. **Tvorba separovaných modelov.** V tejto etape majú žiaci možnosť manipulácie s makrom, ktoré učiteľ vopred pripraví. Žiaci môžu meniť parameter n v danom makre. alebo majú podľa ornamentu nakresleného na obrázku a pomocou príslušného makra vytvoriť čo najvernejšiu kópiu daného ornamentu.
3. **Tvorba univerzálneho modelu.** Pochopením podstaty tvorby makra sa ozrejmia pojmy „východzie parametre" a „cieľový obrazec". Žiaci samostatne tvoria makrá na nakreslenie oboch typov ružicových ornamentov.
4. **Vznik poznatku.** Na základe manipulácie s ornamentom, ktorý umožňuje didaktický softvér Cabri, žiaci posudzujú, či daný ornament je ružica v pravom slova zmysle, alebo je to „pseudomodel" skonštruovaný bez použitia symetrie.
5. **Kryštalizácia poznatku.** Na tejto úrovni žiaci vedia odlíšiť ružicu C_n od ružici D_n vizuálne, prípadne pohybom myšou, vedia nájsť os súmernosti v ornamente D_n a pod.
6. **Automatizácia**. Využitie ornamentov ružice pri tapetových vzoroch.

Na *obr. 1* sú ukážky ružicových ornamentov typu C_n vytvorených pomocou programu Cabri pre n=6 (ľavá polovica obrázka) a n=12 (pravá polovica obrázka).



Obr.1 Jednoduché ružicové ornamentové vzory typu C_n

Na *obr. 2* sú ukážky ružicových ornamentov typu D_n vytvorených pomocou programu Cabri pre n=6 (ľavá polovica obrázka) a n=12 (pravá polovica obrázka).



Obr.2 Jednoduché ružicové ornamentové vzory typu D_n

Záver

Počas celej histórie mali ornamenty predovšetkým symbolickú alebo dekoratívnu úlohu, ich konštrukcia však nie je triviálna matematická záležitosť. Umenie tvorby ornamentov obsahuje implicitne najstaršie poznatky z oblasti vyššej matematiky (teória grúp).

Využitie ornamentov ako motivačného prostriedku v matematike pri výučbe zhodnostných zobrazení je možné a vhodné už na základných školách. Didaktický softvér Cabri geometria a jeho implementácia do vyučovania geometrie túto možnosť pomáha zrealizovať.

Literatúra

[1] GARY L. MUSSER a kol.: *Mathematics for elementary teachers.* Phoenix Color Corporation, New York 2001.

[2] HEJNÝ, M.: *Teória vyučovania matematiky 2*. SPN, Bratislava 1990.

[3] LEGÉŇ, A.: *Grupy, okruhy a zväzy*. ALFA, Bratislava 1980.

[4] ŠEDIVÝ, O. a kol.: *Matematika pre 7. ročník základných škôl, 2.časť*. SPN, Bratislava 2001.

[5] VRANKOVÁ, E.: *Zhodné zobrazenia v umení. Ružicové a pásové ornamenty*. ACTA Facultatis Paedagogicae Universitatis Tyrnaviensis, Trnava 1999.

[6] VRANKOVÁ, E. - SOTÁKOVÁ, K.: *Dynamická symetria*. In: Sborník 23. konference o geom. a poč. grafice. Hojsova Stráž - Brčálnik, ČR, FAV ZČU Plzeň, 2003 (v tlači).

[7] http://www.infovek.sk/predmety/matem/pedd/zs/o-zs2p_3.html

[8] http://www.pf.jcu.cz/cabri/metodika/metodika.htm

Summary

ORNAMENTS IN PRIMARY SCHOOL BY CABRI

ROSACES PATTERNS

The goal of the paper was to demonstrate resources of ussing of didactic software Cabri geometry for teaching identical transformatios. The ornaments are optimal motivation faktor in school geometry teaching.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.17 –23.

VIAZANÉ EXTRÉMY

ZOLTÁN ZALABAI

Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity,
Priemyselná 4, P. O. Box 9, 918 43 TRNAVA
e-mail: zzalabai@truni.sk

Abstract: ZALABAI, Z: CONSTRAINED EXTREMS. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 17 – 23.

The team of workers of our department have compiled a number of programs in the language GW-BASIC. Contrained extremes are often found using Lagrange method. Using short computer programs, we solve a few problems by different method. In the given examples we find constained extremes in points of the curve in the two-dimensional or three-dimensional space.

Key words: GW-BASIC, program, extrem, function, two-variable function, three-variable function.

Úvod

Počítačom podporovaná výučba v predmete matematika má svoje nezastupiteľné miesto v sústave vyučovacích metód.

Plne si uvedomujeme, že existuje celý rad hotových, na profesijnej úrovni zostavených programov. Nám však ide aj o tvorivú stránku takejto činnosti: zvládnuť metodiku prípravy krátkych matematických programov a získať zručnosť v práci s mikropočítačmi.

Chceme ukázať, že programovanie je v mnohých prípadoch práca jednoduchá. Žiaci základných a stredných škôl, študenti vysokých škôl môžu bez väčších problémov zvládnuť túto zaujímavú a prospešnú činnosť - môžu písať programy samostatne podľa vlastných predstáv.

Príklady viazaných extrémov mnohí autori riešia pomocou Lagrangeovej metódy. Autor tohto článku rieši niekoľko príkladov inou metódou – s využitím výpočtovej techniky vo forme krátkych programov. V uvedených príkladoch hľadáme viazané extrémy v bodoch rovinnej, resp. priestorovej krivky.

Príklady a ukážky

Príklad 1. Nájdite lokálne extrémy funkcie f s väzbou:
$f(x,y) = x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 = 4$. ([1], str. 651, príklad 4.)

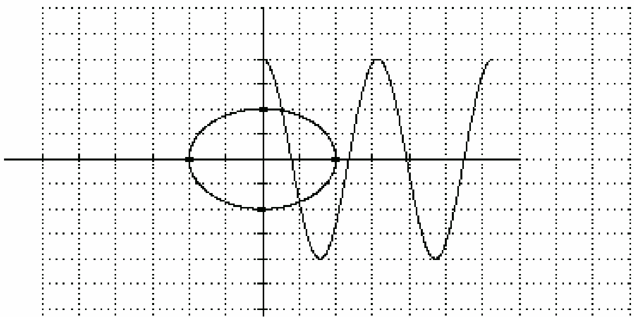
<u>*Riešenie:*</u> Parametrické rovnice kružnice sú: $x = u(t) = 2 \cdot \cos t$, $y = v(t) = 2 \cdot \sin t$, $t \in \langle 0;2\pi \rangle$. Hľadané extrémy nájdeme ako extrémy funkcie $g(t) = f(u(t), v(t))$. Napíšeme program, ktorý je uvedený v Tabuľke č. 1.

```
150 H=.01
320 DEF FN U(T)=2*COS(T)
330 DEF FN V(T)=2*SIN(T)
340 FOR T=0 TO 6.28 STEP H
350 LINE (FN U(T),FN V(T))-(FN U(T+H),FN V(T+H))
360 NEXT T
370 DEF FN F(X,Y)=X^2-Y^2
380 DEF FN G(T)=FN F(FN U(T),FN V(T))
381 FOR T=0 TO 6.28 STEP H
382 LINE (T,FN G(T))-(T+H,FN G(T+H))
383 NEXT T
400 FOR T=0 TO 6 STEP H
401 IF (FN G(T-H)-FN G(T))*(FN G(T)-FN G(T+H))<0 THEN PRINT
    T,FN G(T),"x0="; 2*COS(T),"y0=";2*SIN(T)
402 IF (FN G(T-H)-FN G(T))*(FN G(T)-FN G(T+H))<0 THEN CIRCLE
    (2*COS(T),2*SIN(T)),.1,15
403 IF FN G(T-H)<FN G(T) AND FN G(T)>FN G(T+H) THEN
    PRINT "maximum"
404 IF FN G(T-H)>FN G(T) AND FN G(T)<FN G(T+H) THEN
    PRINT "minimum"
405 NEXT T
```

Tabuľka č. 1

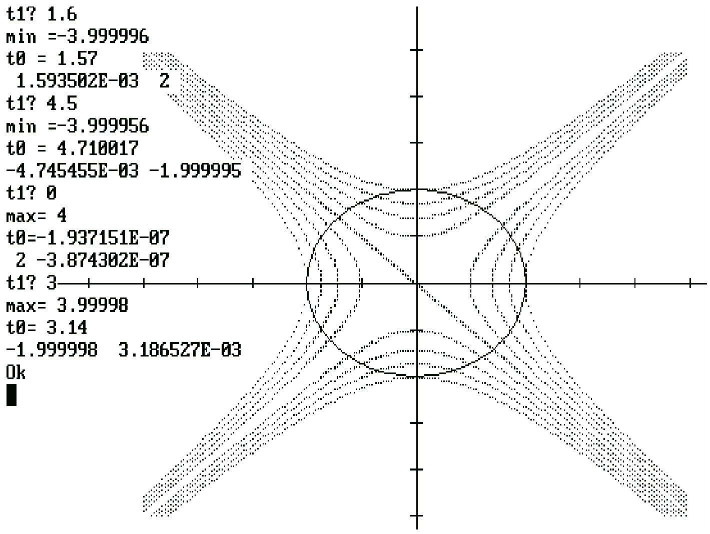
Grafickú prílohu s vypísaním hľadaných výsledkov vidíme na Obrázku č. 1.

```
 0             4            x0= 2         y0= 0
maximum
 1.569999     -3.999996     x0= 1.595171E-03            y0= 2
minimum
 3.139997      3.99998      x0=-1.999998  y0= 3.190818E-03
maximum
 4.710013     -3.999956     x0=-4.753085E-03            y0=-1.999995
minimum
Ok
```



Obrázok č. 1

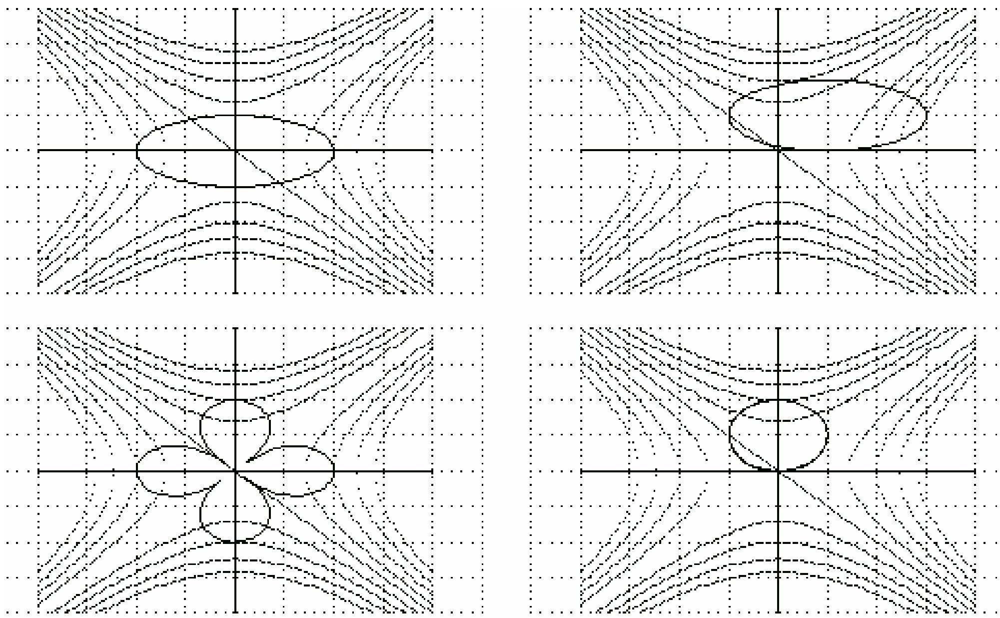
Ak použijeme aj graf (mapu) funkcie z = f(x,y), tak problematika je trochu názornejšia. Príslušný výstup je uvedený ako Obrázok č. 2.



Obrázok č. 2

Počítačom vypočítané hodnoty sú iba približné. Presný výsledok je takýto: v bodoch [2, 0], [-2, 0] je maximum: f(2, 0) = f(-2, 0) = 4; v bodoch [0, 2], [0, -2] je minimum: f(0, 2) = f(0, -2) = -4.

V prípade, že ostaneme pri funkcii $f(x,y) = x^2 - y^2$, pre iné "väzby" situácia by mohla byť taká, ako je to uvedené na Obrázku č. 3. Približné hodnoty príslušných extrémov je možné zistiť priamo z obrázku.



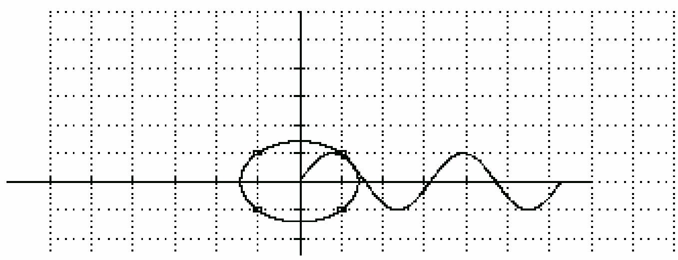
Obrázok č. 3

Príklad 2. Vyšetrite viazané extrémy funkcie z = xy s väzbou $x^2 + y^2 = 2$. ([2], str. 405, príklad 397.)

Autor rieši príklad pomocou Lagrangeovej metódy. Výsledok, ktorý je uvedený, je takýto: v bodoch [1, 1] a [-1, -1] je maximum (max. = 1); v bodoch [-1, 1] a [1, -1] je minimum (min. = -1).

Program, ktorý sme použili v 1. príklade, vhodne upravíme. Výstup uvádzame ako Obrázok č. 4.

```
t= .7899996    .9999577     x0= .9953881  y0= 1.004591
maximum
t= 2.359998   -.999971      x0=-1.003796  y0= .9961892
minimum
t= 3.929997    .999982      x0=-.9969899  y0=-1.003001
maximum
t= 5.500031   -.9999898     x0= 1.002241  y0=-.9977541
minimum
Ok
```



Obrázok č. 4

Ak v programe vynecháme časť pre grafickú prílohu, dostaneme program, ktorý má iba 10 riadkov! Je uvedený v Tabuľke č. 2.

```
150 H=.01
320 DEF FN U(T)=SQR(2)*COS(T)
330 DEF FN V(T)=SQR(2)*SIN(T)
370 DEF FN F(X,Y)=X*Y
380 DEF FN G(T)=FN F(FN U(T),FN V(T))
400 FOR T=0 TO 6 STEP H
401 IF (FN G(T-H)-FN G(T))*(FN G(T)-FN G(T+H))<0 THEN PRINT
    "t=";T,FN G(T),"x0=";FN U(T),"y0=";FN V(T)
403 IF FN G(T-H)<FN G(T) AND FN G(T)>FN G(T+H)
    THEN PRINT "maximum"
404 IF FN G(T-H)>FN G(T) AND FN G(T)<FN G(T+H)
    THEN PRINT "minimum"
405 NEXT T
```

Tabuľka č. 2

Príklad 3. Vyšetrite viazané extrémy funkcie f(x, y, z) = xy + yz, ak $x^2 + y^2 = 2$, y + z = 2 (x > 0, y > 0, z > 0). ([3], str. 351, pr. 271.) Výsledok: v bode [1, 1, 1] je maximum; f(1, 1, 1) = 2.

<u>*Riešenie.*</u> Sústavou $x^2 + y^2 = 2$

$y + z = 2$

je určená priestorová krivka k, ktorej parametrické rovnice môžeme písať v tvare:

$x = u(t) = \sqrt{2}\cos t$

$y = v(t) = \sqrt{2}\sin t$

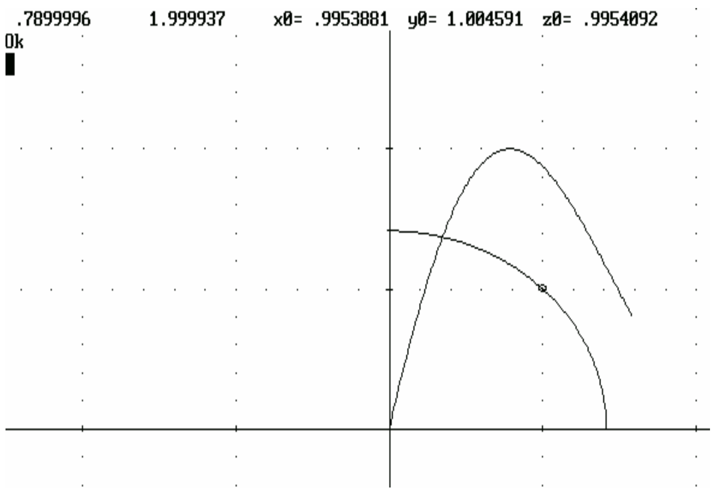
$z = w(t) = 2 - \sqrt{2} \cdot \sin t, \quad t \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle.$

Hľadáme extrém funkcie g(t) = u(t) . v(t) + v(t) . w(t). Program (bez časti pre grafiku) môže mať taký tvar, ako je to uvedené v Tabuľke č. 3.

```
150 H=.01
320 DEF FN U(T)=SQR(2)*COS(T)
330 DEF FN V(T)=SQR(2)*SIN(T)
335 DEF FN W(T)=2-SQR(2)*SIN(T)
350 LINE (FN U(T),FN V(T))-(FN U(T+H),FN V(T+H))
370 DEF FN F(X,Y,Z)=X*Y+Y*Z
380 DEF FN G(T)=FN F(FN U(T),FN V(T),FN W(T))
400 FOR T=0 TO 1.57 STEP H
401 IF (FN G(T-H)-FN G(T))*(FN G(T)-FN G(T+H))<0 THEN PRINT
    "t=";T,FN G(T),"x0=";FN U(T),"y0=";FN V(T),"z0=";FN W(T)
403 IF FN G(T-H)<FN G(T) AND FN G(T)>FN G(T+H) THEN
    PRINT "maximum"
404 NEXT T
```

Tabuľka č. 3

Výstup aj s grafickou časťou vidíme na Obrázku č. 5.



Obrázok č. 5

Príklad 4. Vyšetrite viazané exrémy funkcie f(x, y, z) = xyz, ak $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, x + y + z = 0. ([4], str. 319; pr. 3663.)

Výsledok (podľa [4]): $f_{\min} = -\frac{1}{3\sqrt{6}}$ pri $x = y = \frac{1}{\sqrt{6}}$ a $z = -\frac{2}{\sqrt{6}}$; $x = z = \frac{1}{\sqrt{6}}$ a $y = -\frac{2}{\sqrt{6}}$;

$y = z = \frac{1}{\sqrt{6}}$ a $x = -\frac{2}{\sqrt{6}}$;

$f_{\max} = \frac{1}{3\sqrt{6}}$ pri $x = y = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ a $z = \frac{2}{\sqrt{6}}$; $x = z = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ a $y = \frac{2}{\sqrt{6}}$; $y = z = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ a $x = \frac{2}{\sqrt{6}}$

<u>*Riešenie.*</u> Sústavou $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

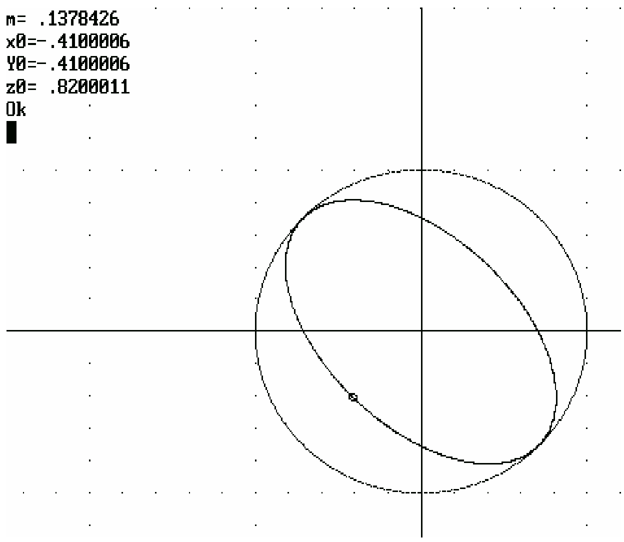
$x + y + z = 0$

je určená kružnica k. Ak z druhej rovnice vyjadríme z a dosadíme do prvej, dostaneme kolmý priemet krivky k do rovinny (x, y). Priemet je určený rovnicou $x^2 + y^2 + xy - 0{,}5 = 0$. Túto krivku vieme aj nakresliť! Ak bod [x, y] je bodom tohto priemetu, potom bod [x, y, -x -y] leží na guľovej ploche aj v rovine x + y + z = 0. Hľadáme taký bod $[x_0, y_0]$, aby hodnota funkcie h(x, y) = x .y . (-x - y) bola v bode $[x_0, y_0]$ najväčšia. (Podobne pre najmenšiu hodnotu.) Z konečnej množiny si vyberieme tú najväčšiu, resp. najmenšiu. Časť programu pre maximum je uvedená v Tabuľke 4.

Výstup: priemet kružnice a jeden bod [x_0, y_0] pre maximum - pozri Obrázok č. 6.

```
155 M=-20
156 X0=-10
160 FOR X=-1 TO 0 STEP H
170 FOR Y=-1 TO 0 STEP H
180 IF (FN F(X,Y)*FN F(X,Y+H)<0 AND FN H(X,Y)>M) THEN
    M=FN H(X,Y)
181 IF FN H(X,Y)=M THEN X0=X
182 IF FN H(X,Y)=M THEN Y0=Y
200 NEXT Y
210 NEXT X
211 PRINT "m=";M
212 PRINT "x0=";X0
213 PRINT "Y0=";Y0
260 FOR Y=-1 TO 1 STEP H
270 FOR X=-1 TO 1 STEP H
280 IF FN F(X,Y)*FN F(X+H,Y)<0 THEN PRESET (X,Y),15
290 NEXT X
300 NEXT Y
310 FOR T=0 TO 6.29 STEP .01
320 PRESET (COS(T),SIN(T)),15
330 NEXT T
460 FOR X=-1 TO 1 STEP H
```

Tabuľka č. 4



Obrázok č. 6

Poznámka:

$\frac{1}{3\sqrt{6}} = 0{,}136$; $\frac{1}{\sqrt{6}} = 0{,}408$; vo výstupe ide o bod $\left[-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right]$ a hodnotu maxima: $\frac{1}{3\sqrt{6}}$.

Súhrn

V článku sme chceli poukázať na význam a tvorbu krátkych programov v jazyku GW-BASIC, ktoré sa dajú využiť vo vyučovacom procese – najmä pri riešení náročných úloh.

Literatúra

[1]. KLUVÁNEK, I. - MIŠÍK, L. - ŠVEC, M.: Matematika I; SVTL, Bratislava 1966

[2]. HLAVÁČEK, A.: Sbírka řešených příkladů z vyšší matematiky II, SPN, Praha 1965

[3]. ĽAŠKO, I. I. - BOJARČUK, A. K. - GAJ, JA. G. - GOLOVAČ, G. P.: Spravočnoje posobije po matematičeskomu analizu II, Višša škola, Kijev 1979

[4]. DEMIDOVIČ, B. P.: Sbornik zadač i upražnenij po matematičeskomu analizu, Izdavateľstvo "Nauka", Moskva 1969

[5]. OLEHLA, J. - OLEHLA, M.: BASIC u mikropočítačů, NADAS, Praha 1989

[6]. ZALABAI, Z.: Extrémy funkcie - použitie matematického programu, Zborník MEDACTA 97, UKF v Nitre, SLOVDIDAC, Nitra 1997

Summary

CONSTRAINED EXTREMS

We have created several short mathematical codes enabling better interpretation of some complicated mathematical tasks. They are written in the GW Basic programming language and are equipped with graphics. For writting a new code one has to have some basic knowledge of mathematical definitions and theorems and any programming experience. In the given examples we find constrained extremes in points of the curve in the two-dimensional or three-dimensional space.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.24 –28.

KONFIGURÁCIA PIATICH KRUŽNÍC ZDRUŽENÁ S HARMONICKOU ŠTVORICOU BODOV

IMRICH KOMARA

Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity,
Priemyselná 4, P. O. Box 9, 918 43 TRNAVA
e-mai: ikomara@truni.sk

Abstract: KOMARA, I.: The configuration of five circles, which is composited with the harmonic quaternion points. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 24 – 28.

This paper mentions on existence of five circles, which are related with the harmonic quaternion points on the line. Except well-known circle of inversion and circle of Apoloni, there were constructed three circles yet and there was described their properties.

Key words: harmonic quaternion points, circular inversion.

Úvod

Pracujeme v euklidovskej rovine E_2. V tejto práci skonštruujeme päť kružníc vychádzajúc z vlastností zadanej harmonickej štvorice bodov. Popíšeme charakteristické vlastnosti skonštruovaných kružníc a ich vzájomné súvislosti. Hneď na začiatku poznamenávame, že zásadne nepoužívame štvorroh ako metódu na zostrojenie štvrtého bodu harmonickej štvorice.

Budeme uvažovať iba vlastné body vstupujúce do harmonickej štvorice bodov:

$$\delta(ABCD) = -1$$

Body A, B považujeme za základné body a body C, D považujeme za deliace body. Toto postavenie bodov rešpektujeme v celej práci. Postupujeme nasledovne: z danej štvorice bodov berieme v rôznych obmenách tri body a polohu štvrtého bodu určíme tak, aby spĺňal postavenie určené mu v zadaní.

Príklady a ukážky

<u>Prípad 1.</u>

Dané sú body A, B, C. Konštrukcia. Pozri obr. 1. Narysujeme kružnicu k_1 so stredom v bode A a polomerom $r_1 = |AC|$. Taktiež narysujeme kružnicu k_2 so stredom v bode B a polomerom $r_2 = |BC|$. Zostrojíme ich vonkajšiu spoločnú dotyčnicu, ktorú označíme t_1. Dotykové body označíme A´, B´. Priesečník dotyčnice t_1 s priamkou $\overrightarrow{AB}$ je hľadaný bod D. Druhú spoločnú dotyčnicu prechádzajúcu bodom C označíme t_2. Zrejme $t_2 \perp \overrightarrow{AB}$. Priesečník dotyčníc t_1, t_2 označíme M. Dôkaz, že takto zostrojená štvorica bodov A, B, C, D tvorí harmonickú štvoricu bodov.

Z obr. 1 vidíme, že platí: $|AC| = |AA'|$, $|BC| = |BB'|$, pretože ide o polomery kružníc k_1, k_2. Potom trojuholníky ADA´a BDB´ sú podobné. Platí úmernosť strán:

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|AA'|}{|BB'|} = \frac{|AD|}{|BD|}.$$

Potom dvojpomer:

$$\frac{|AC|}{|BC|}:\frac{|AD|}{|BD|}=1$$

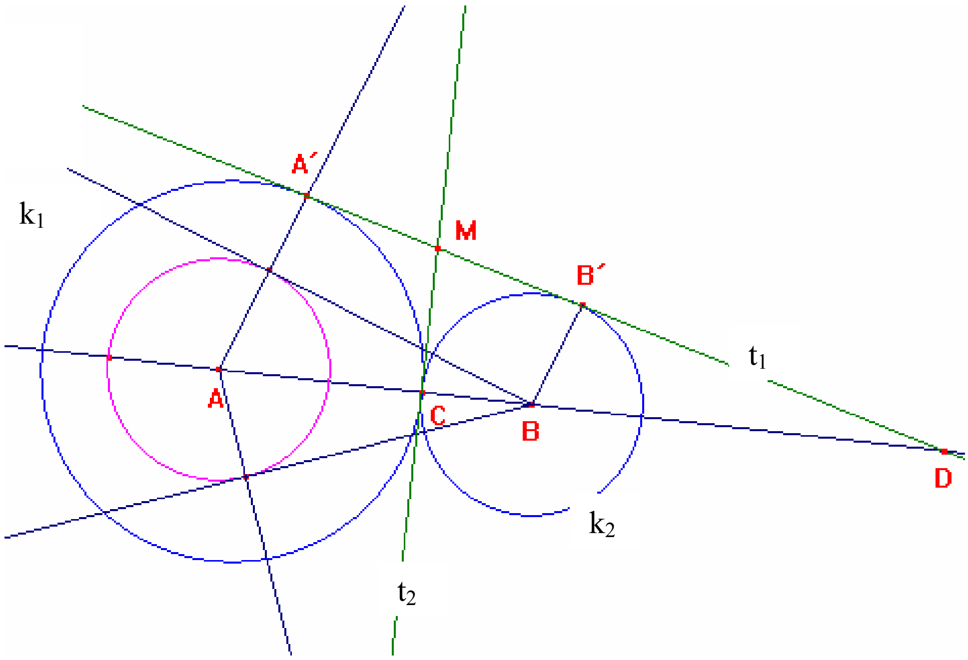
Ak posledný dvojpomer uvažujeme bez absolútnej hodnoty, t.j. berieme do úvahy orientáciu jednotlivých úsečiek, vidíme, že úsečka BC je opačne orientovaná ako ostatné úsečky. Platí teda:

$$\frac{\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{BC}}:\frac{\overrightarrow{AD}}{\overrightarrow{BD}}=-1\text{, t.j.}$$

$$\delta(ABCD)=-1,$$

čo bolo treba dokázať.

Poznámka 1. Je zrejmé, že tento prípad môžeme riešiť aj inak, a to pomocou kružnice kruhovej inverzie. Uvedené riešenie však poukazuje na existenciu kružníc k_1, k_2.

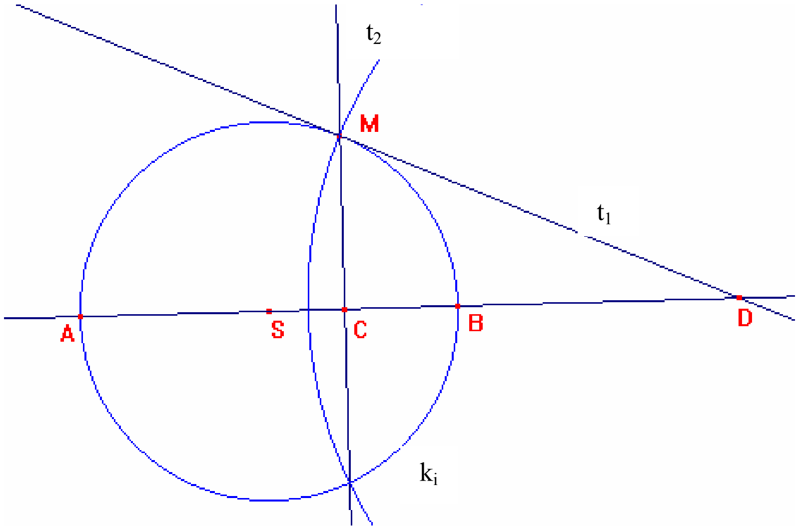


Obr.1

<u>Prípad 2.</u>

Dané sú body: A, B, D. Konštrukcia - pozri obr.2

Bod C nájdeme pomocou kružnice kruhovej inverzie. Nad priemerom AB opíšeme kružnicu k_i. Z bodu D skonštruujeme ku kružnici ki dotyčnicu t_1. Dotykový bod označme M. Kolmica t_2 vedená z bodu M na priamku AB ju pretína v hľadanom bode C.



Obr.2.

Poznámka 2. Na nájdenie deliaceho bodu C sme použili kružnicu kruhovej inverzie k_i.

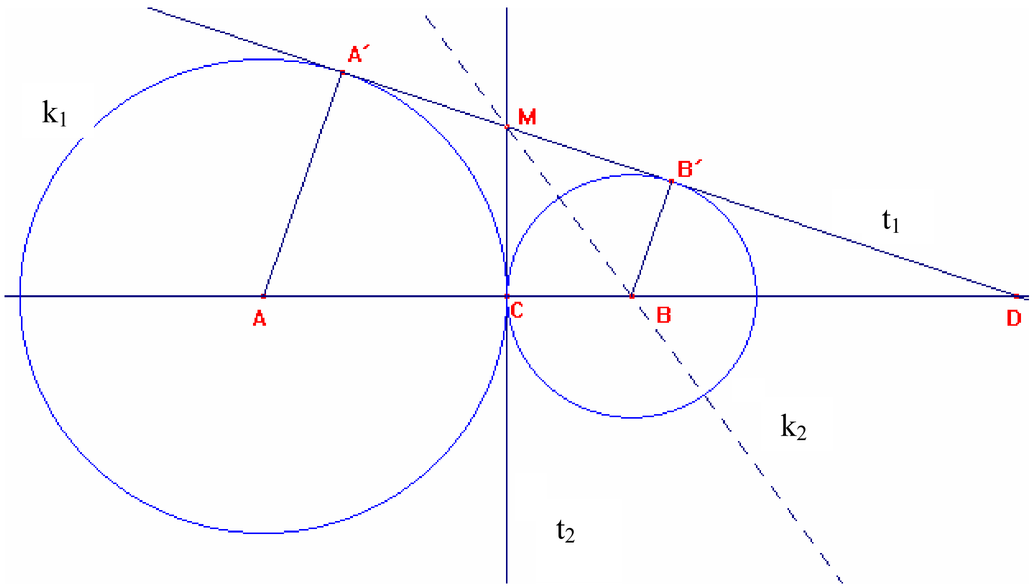
Prípad 3.

Dané sú body A, C, D. Konštrukcia. Pozri obr. 3.

Zostrojíme kružnicu k_1 so stredom v bode A a polomerom r=|AC|. Ku kružnici k_1 vedieme dotyčnicu t_1 z bodu D a taktiež ku kružnici k_1 vedieme dotyčnicu t_2 bodom C. Dotyčnice t_1, t_2 sa pretínajú v bode M. Os uhla $\angle$CMD pretína priamku AC v bode B.

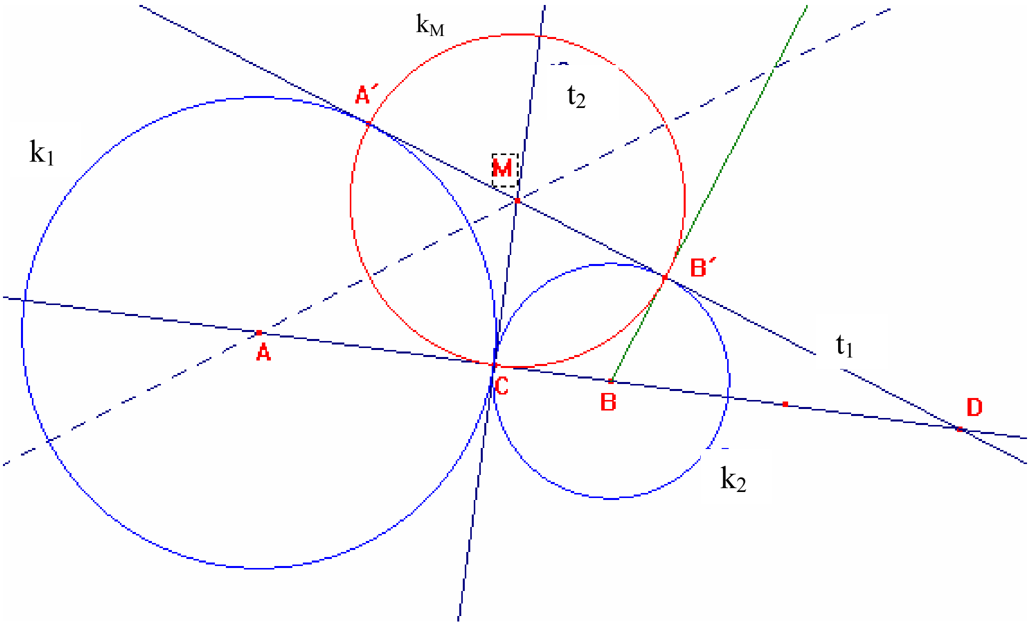
Dôkaz, že takto zostrojená štvorica bodov A, B, C, D je harmonická, je totožný s dôkazom v prípade 1, preto ho neuvádzame.

Poznámka 3. Opäť sme použili kružnice k_1, k_2 na konštrukciu bodu B.



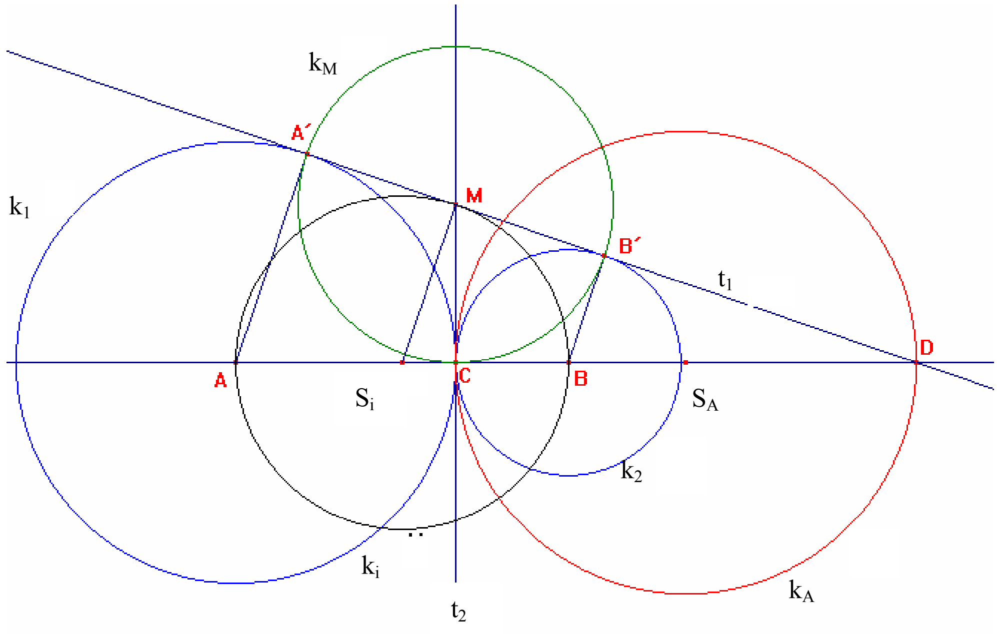
Obr.3

Prípad 4.
Dané sú body B, C, D.
Konštrukcia: Pozri obr. 4. Riešenie je podobné ako v prípade 3. Zostrojíme kružnicu k_2 so stredom v bode B a polomerom r=|BC|. Ku kružnici k_2 vedieme dotyčnicu t_1 z bodu D a taktiež bodom C vedieme dotyčnicu t_2. Dotyčnice t_1, t_2 sa pretínajú v bode M. Z bodu M polomerom r=|MC| nájdeme bod A´ na dotyčnici t_1, t.j. na opačnej polpriamke k polpriamke MD. Potom os uhla A´MC pretína priamku BC v bode A. Dôkaz, že takto skonštruovaná štvorica bodov je harmonická, je totožný s dôkazom v prípade 1.
Poznámka 4. Na konštrukciu bodu A sme využili vlastnosti kružníc k_1, k_2.



Obr.4

Na záver tejto práce uvedieme vzájomné polohy a vzťahy použitých kružníc. Pozri obr. 5. Sú to už známe kružnice k_1 , k_2 , kružnica kruhovej inverzie k_i. Ďalej je to kružnica k_M so stredom v bode M, ktorá prechádza dotykovými bodmi A´, B´, C. Pripájame aj Apollóniovú kružnicu k_A, ktorá má priemer v úsečke CD a v bode C má dotyčnicu t_2 spoločnú s kružnicami k_1 , k_2.



Obr. 5

Záver

1/ $k_1 \equiv \left(A, \left|\overrightarrow{AC}\right|\right)$, kružnica so stredom v bode A, polomer |AC|;

2/ $k_2 \equiv \left(B, \left|\overrightarrow{BC}\right|\right)$, kružnica so stredom v bode B, polomer |BC|;

3/ $k_i \equiv \left(S_i, \frac{|AB|}{2}\right)$, kružnica kruhovej inverzie, priemer daný bodmi A, B;

4/ $k_A \equiv \left(S_A, \frac{|CD|}{2}\right)$, Apolóniova kružnica, priemer daný bodmi C, D;

5/ $k_M \equiv \left(M, \left|\overrightarrow{MC}\right|\right)$, kružnica dotykových bodov: A´, B´, C.

Bod C je spoločným bodom kružníc k_1, k_2, k_M, k_A.
Dotyčnica t_1 má dotykové body s kružnicami k_1, k_2, k_i a prechádza bodom D.
Dotyčnica t_2 má dotykový bod C s kružnicami: k_1. k_2, k_A.
Bod M je priesečníkom dotyčníc t_1, t_2.

Literatúra

[1] KOMARA, I.: Harmonické vlastnosti istej nelineárnej relácie, Zborník seminára o počítačovej geometrii, SCG´96 ročník 5, Kočovce 1996.

Summary

THE CONFIGURATION OF FIVE CIRCLES, WHICH IS COMPOSITED WITH THE HARMONIC QUATERNION POINTS

This paper mentions on relation of harmonic quaternion points, circular inversion, circle of Apoloni and another three circles, which are related with one another.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.29 –32.

O PROGRAMOVANÍ AKO O NÁSTROJI POZNÁVACIEHO PROCESU V ŠKOLSKEJ MATEMATIKE

KRISTÍNA SOTÁKOVÁ

Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity,
Priemyselná 4, P. O. Box 9, 918 43 TRNAVA
e-mai: ksotakov@truni.sk

Abstract: SOTÁKOVÁ, K.: Programming as an instrument of cognitive process in school mathematics. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 29 – 32.

Creating of short programs is an interesting and pedagogically useful activity. It is necessary to integrate this activity into mathematics teaching as early as in primary schools. The examples are presented to document creative utilisation of computers in primary school.

Key words: GW-BASIC, program, mathematics teaching, functional thinking

Úvod

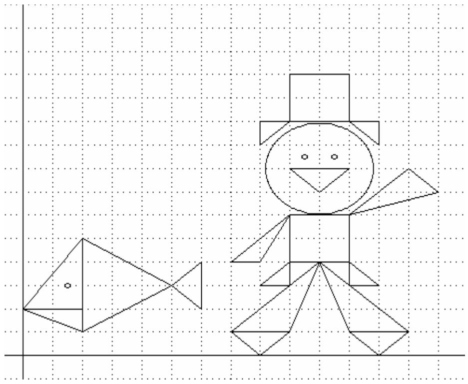
V oblasti matematiky počítače nielen uľahčili samotné počítanie, ale umožnili vykonávať aj zložité znázornenia a s nimi súvisiace interpretácie abstraktných javov. V školskej matematike, ktorá sa orientuje na skúšateľné schopnosti riešenia úloh, má využitie výpočtovej techniky široké uplatnenie. Programovanie považujú učitelia za užitočnú činnosť pomocou ktorej si žiaci osvoja algoritmické myslenie.

V tejto práci chcem ukázať, že programovanie rozvíja nielen algoritmické myslenie, ale pri vhodnom použití môže byť aj nástrojom rozvoja funkčného myslenia a teda aj nástrojom poznávacieho procesu v matematike so zameraním na funkcie.

Príklady a ukážky

Funkcia je základný pojem modernej matematiky. S pojmom funkcia súvisí grafické zobrazovanie priebehu funkcie. Vedieť čítať graf v karteziánskej súradnicovej sústave sa žiaci učia už na základnej škole – učia sa vyznačovať body, spájať ich úsečkami, rysovať kružnicu s daným stredom a polomerom, rysovať rôzne obrazce v pravouhlej sústave súradníc v rovine. Dominantným problémom žiakov je skutočnosť usporiadania súradníc.

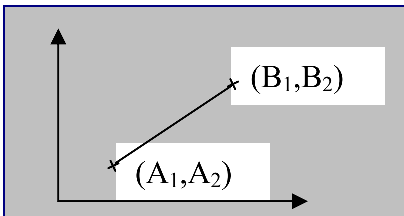
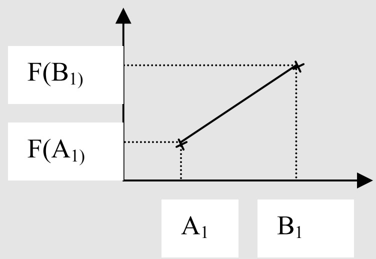
Programovanie pomôže žiakom uvedomiť si, že v súradnicovej sústave je poloha bodu daná usporiadanou dvojicou čísel, t.j. súradnicami, pričom x-ová súradnica bodu určuje jeho horizontálnu a y-ová súradnica vertikálnu polohu. Pomocou príkazov LINE na spájanie dvoch bodov úsečkami a CIRCLE na kreslenie kružnice žiaci môžu naprogramovať obrázok podľa vlastnej fantázie (obr.1).



Obr.1

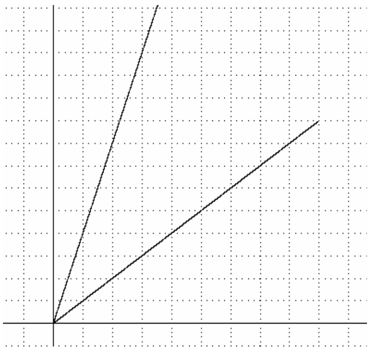
Častý typ ťažkostí u žiakov základných škôl sa týka techniky čítania karteziánskych grafov. Tu sa zistilo, že u mnohých žiakov druhého stupňa ZŠ prevažuje len lokálne chápanie, odčítanie bod za bodom. Ukazuje sa, že ťažkosti nastanú najmä vtedy, keď treba opísať priebeh kriviek v rozličných intervaloch. Vcelku sa zistilo, že pojem časový interval nie je dosť vyvinutý. Podľa mienky autorov [3] sa to v škole málo precvičuje.

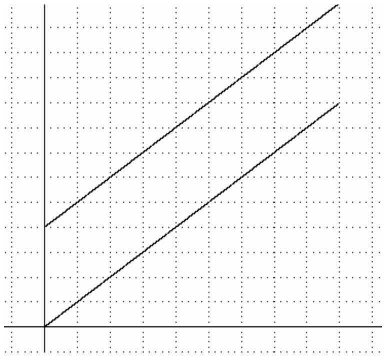
Prejsť od lokálneho chápania k chápaniu časovému znamená v programovaní namiesto príkazu LINE (príkaz na vykreslenie úsečky ako spojnice dvoch bodov) používať cyklus s príkazom PRESET (tento cyklus vykreslí úsečku tak, že ju vybodkuje). Nasledujúca tabuľka ukazuje pre porovnanie štruktúru oboch príkazov.

 	
LINE (A_1,A_2) - (B_1,B_2)	**FOR T=A_1 TO B_1 STEP 0.0001** **PRESET (T, F(T))** **NEXT T**

Tab.1

Funkcia záhŕňa v sebe kauzalitu javov. Kauzalitu možno bezprostredne pozorovať na vzťahu medzi vstupom a výstupom. Aj z tohto hľadiska je programovanie vecou fukčného myslenia. Užívateľ programu, prípadne programátor, zadáva vstupné údaje, ktoré implikujú údaje na výstupe. Výstupom môže byť číselný údaj, obrázok alebo iná informácia. Napríklad pomocou vhodného programu žiaci môžu pozorovať závislosť grafu lineárnej funkcie $y=k.x+q$ od koeficientov k a q.

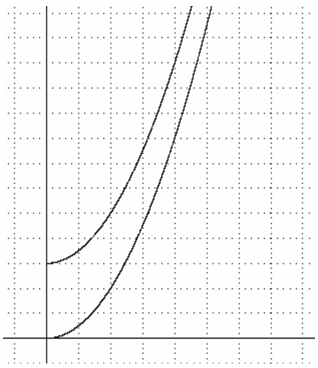




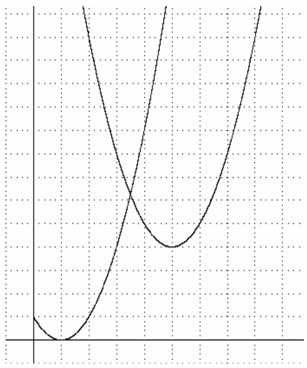
$y_1=1.x_1+0$
$y_2=1.x_2+4$

$y_1=1.x_1+0$
$y_2=4.x_2+0$

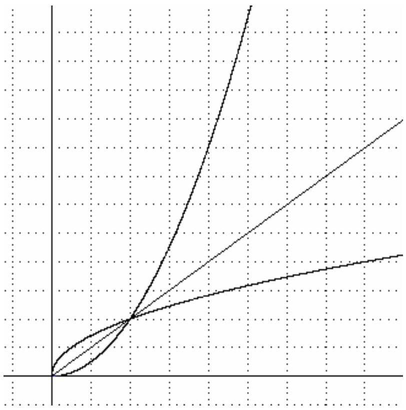
Podobne možno nakresliť graf kvadratickej funkcie $y=k(x+r)^2+q$ a pozorovať zmenu jeho polohy zmenou koeficientov k, r a q.



$y=0{,}5x^2$
$y=0{,}5x^2+3$



$y=(x-1)^2$
$y=(x-5)^2+4$



Graf funkcie $y=0{,}5x^2$ a funkcie k nej inverznej na intervale (0;8)

Záver

Uvedené námety podporujú mechanizmus poznávacieho procesu pojmu funkcia s využitím počítača. Programovanie je vhodným nástrojom vzdelávania v školskej matematike a slúži na rozvoj nielen algoritmického, ale aj funkčného myslenia.

Literatúra

[1]. HEJNÝ, M.: Teória vyučovania matematiky 2. Bratislava, SPN 1990.

[2]. KUŘINA, F.: Umění vidět v matematice, Praha, SPN 1991.

[3]. FISCHER, R., MALLE, G.: Človek a matematika, SPN Bratislava 1992.

[4]. OLEHLA, J. – OLEHLA, M.: BASIC u mikropočítačů, NADAS Praha 1988.

Summary

PROGRAMMING AS AN INSTRUMENT OF COGNITIVE PROCESS IN SCHOOL MATHEMATICS

We can view it programming as a knowledge source or as a instrument of knowledge. The main aim of this paper is to show some possibilities of using short programms to development of functional thinking in primary school.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.33 –36.

VÝZNAM NÁZORNOSTI A LOGICKÉHO MYSLENIA PRI RIEŠENÍ PROBLÉMOVÝCH ÚLOH

TOMÁŠ LENGYELFALUSY

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, Fakulta prírodných vied,
Žilinská univerzita, Hurbanova 15, 010 26 Žilina
e-mail: tomas.lengyelfalusy@fpv.utc.sk

Abstract: LENGYELFALUSY, T.: The meaning of visuality and reason in problems solution. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 33 – 36.

The paper deals with the meaning of visuality and reason in problems solution within the school mathematics.

Key words: visuality, reason, teaching of mathematics, problems solution.

Úvod

Podstata názornosti, nie len v matematike, je v tom, že priama zmyslová skúsenosť je východiskom ku kvalitnejšiemu poznávaciemu a učebnému procesu. Čím viac zmyslov sa zúčastňuje a zapája do tohto procesu, tým lepšie, trvalejšie a komplexnejšie sa osvojuje zapamätané učivo. Komenský učiteľom radí, alebo priamo nariaďuje, „aby všetko podávali všetkými možnými zmyslami, veci viditeľné zrakom, veci počuteľné sluchom, veci čuchateľné čuchom, veci hmatateľné hmatom a ak možno niektoré veci vnímať súčasne viacerými zmyslami, nech sa podávajú súčasne viacerými, aby všetko v nich utkvelo, nech si priberajú na pomoc všetky možné zmysly“. Je potrebné viesť žiakov k správnemu pozorovaniu, ale i k analýze získaných faktov a viesť ich k objavovaniu podstaty sledovaných vecí a javov.

Prvoradým cieľom školskej matematiky je výchova k samostatnému logickému mysleniu a k pohotovému riešeniu problémových úloh. Skúsime sa teraz pozrieť z tohto uhlu pohľadu na metodiku riešenia úloh v rámci vyučovania matematiky.

Riešenie úloh v školskej matematike

Úlohy vyskytujúce sa v školskej matematike „zvyčajne“ delíme do dvoch skupín. Prvú úlohu tvoria úlohy precvičovacie, typické, šablonovité a druhú, úlohy problémové, vyžadujúce dlhšie uvažovanie – premýšľanie a hľadanie súvislostí. Toto delenie ale nie vždy obstojí, lebo kým je úloha pre žiaka neznáma, nezvyčajná, nová, nech je hocijaká „jednoduchá“ je preňho problémom, ku riešeniu ktorej potrebuje zmobilizovať mnohé svoje predchádzajúce vedomosti, premýšľať a hľadať súvislosti. Šablonovitou úlohou sa stáva iba po mnohých opakovaniach, rôznych aplikáciách, pri ktorých už žiak „bez rozmýšľania“ a ľahko ich vyrieši. Netvrdíme, že riešenie šablonovitých úloh nie je potrebné, napríklad na osvojovanie si jednotlivých pojmov a vzťahov, na znázornenie ich významu, ale riešením len takýchto úloh vôbec nesmerujeme k cieľu vyučovania školskej matematiky. Dosiahneme totiž len to, že u žiakov sa zautomatizujú určité úkony, prestanú rozmýšľať pri ich vykonávaní, nezbadajú krásu matematiky, prestanú sa učiť a s nechuťou sa budú venovať „iba svojim povinnostiam“.

Veľmi zaujímavý, a skutočne hodnotný názor má na riešenie šablonovitých úloh svetoznámy matematik a metodik George Pólya: „Vo všeobecnosti, úlohu vtedy nazývame šablonovitou, ak ju riešime jedným z dvoch možných spôsobov:

1. Konkrétne, špeciálne hodnoty dosádzame do všeobecne vyriešenej úlohy, alebo
2. Danú úlohu riešime krok po kroku na základe známeho „receptu“ bez vlastných myšlienok.

Keď učiteľ zadá svojim žiakom šablonovitú úlohu, priamo na tácke im núka odpoveď na otázku: „Nepoznáš nejakú podobnú úlohu?“ Takto teda žiaci nepotrebujú nič iné, len trochu pozornosti a trpezlivosti pri sledovaní a dodržaní určitých konkrétnych a nudných krokov receptu. Nepotrebujú ani vynaliezavosť, ani logické myslenie.

Šablonovité úlohy a ich riešenie, majú svoje miesto vo vyučovaní matematiky, ale žiakom neustále zadávať k riešeniu iba šablonovité úlohy, je neodpustiteľné! Ak od nich budeme vyžadovať iba riešenie šablonovitých úloh, tak ich degradujeme hlboko pod úroveň kuchárskej knižky, veď na rozdiel od matematických receptov, kuchárske recepty nechávajú ešte dostatok priestoru na vlastnú fantáziu a na individuálnu realizáciu.“([3], str. 210)

Čo máme teda robiť?

Máme si vybrať a žiakom predkladať také príklady, aby tie ich zaujali, aby v nich našli čosi príťažlivé, čosi tajuplné, ale hlavne, aby sa sami zamysleli nad súvislosťami a tým riešili určitý „problém“. Treba uznať, že výber príkladov na základe takých kritérií vyžaduje od každého učiteľa cieľavedomú, premyslenú a systematickú prácu. Nesmieme sa úplne spoľahnúť na učebnice matematiky.

V učebniciach matematiky našich základných škôl je pomerne málo problémových úloh, naopak veľké množstvo šablonovitých úloh. Preto majú mnohí žiaci väčšie problémy pri prechode zo základnej školy na strednú. Skúsme si prelistovať niektoré učebnice matematiky ZŠ a sledujme učivo (napríklad) geometrie. V mnohých úlohách vyžadujeme od žiakov len vykonávanie určitých príkazov a úkonov, napr.: Nakresli kružnicu! Narysuj takú a takú priamku! Zmeraj veľkosť danej úsečky! Zmeraj veľkosť uhla! Vypočítaj obsah! Vypočítaj obvod! a pod. Skutočné problémové úlohy, pri riešení ktorých by sa mali žiaci zamyslieť aj nad výberom vhodnej metódy, sa málokedy vyskytujú. Ak učiteľ matematiky usúdi, že danosti niektorých žiakov triedy to dovolia, môže príklady vyskytujúce sa v učebnici rozšíriť, zovšeobecniť, prípadne doplniť zaujímavejšími úlohami. Uvedieme rôzne modifikácie toho istého konkrétneho príkladu:

<u>1. Príklad:</u> Narysujte kružnicu k(S, 2cm) a vyznačte bod M, pre ktorý platí |SM| = 5,5 cm.

a) Zostrojte dotyčnice z bodu M ku kružnici k.
b) Vypočítajte dĺžku úsečky určenej bodom M a dotykovým bodom dotyčnice ku kružnici.

([5], str. 117)

Keď žiaci túto úlohu riešia, už vedia zostrojiť dotyčnicu ku kružnici z daného bodu mimo kružnice (pomocou Talesovej kružnice) a taktiež vedia, že dostanú dve dotyčnice. Teda samotná úloha nie je pre nich zaujímavá. Učiteľ však môže túto úlohu spestriť ďalšími otázkami – problémovými úlohami, napr.:

<u>2. Príklad:</u> Hľadajte ďalšie body M , z ktorých môžete zostrojiť k danej kružnici rovnako dlhé úsečky dotyčnice!

Tu by mali zbadať, že v prípade kružnice, dĺžka dotykových úsečiek závisí od vzdialenosti bodu M od stredu kružnice. Ak na to prišli, tak vedia aj to, že hľadané body ležia na kružnici, ktorej stred je S a polomer |SM| = 5,5 cm. Potom môžeme prejsť k skúmaniu prípadu: Čo sa stane v prípade, ak |SM| < 5,5 cm, resp. |SM| > 5,5 cm? Ďalej môžeme túto úlohu modifikovať a riešiť nasledovnú:

<u>3. Príklad:</u> Narysujte kružnicu k(S, 2cm) a priamku, ktorej vzdialenosť od stredu kružnice je 4,5 cm. Nájdite na tejto priamke také body M, z ktorých možno zostrojiť ku kružnici dotyčnicu s dĺžkou dotykovej úsečky |MT| = 5,1 cm. Koľko takých bodov existuje? Vedeli by ste danú priamku zostrojiť aj tak, aby úloha mala len jedno riešenie, resp. aby nemala riešenie?

Ak tieto úlohy žiaci zvládli, môžeme zadať úlohu vo všeobecnosti – aj keď nie pre celú triedu:

<u>4. Príklad:</u> Zostrojte na danej priamke taký bod M, z ktorého možno zostrojiť k danej kružnici dotyčnicu s danou dĺžkou úsečky |MT| na dotyčnici.

Ako to vyplýva aj z horeuvedených príkladov, naším prvoradým cieľom je, aby sme svojim žiakom „servírovali“ také príklady, ktoré ich zaujímajú, pri riešení ktorých majú možnosť sa realizovať.

Veľakrát sa stane, že pri riešení úloh, učiteľ sa snaží žiakovi „vsugerovať" svoje riešenie, prípadne ho „núti" riešiť podľa daného postupu. Avšak, ak chceme dosiahnuť, aby žiaci vedeli samostatne riešiť úlohy, mali by sme im „dovoliť" aj metódy a postupy si zvoliť slobodne. Môže sa stať, že ich cesta bude chybná, alebo je dlhšia, než najefektívnejšia, ale na to musí prísť sám žiak, učiteľ nemá právo „šetriť" v mene žiaka. Nemôžeme rozmýšľať namiesto neho, nesmieme mu vnucovať myšlienky, ktoré sú mu cudzie! Ak napriek tomu to budeme robiť, prestane samostatne uvažovať, nebude už lámať hlavu nad riešením úlohy, ale počká na prichádzajúcu „pomoc" alebo príkazy. Záverom uvedieme ešte jeden konkrétny príklad:

5. Príklad: Dokážte, že ak $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$, potom $a = b = c$! (a,b,c sú reálne čísla)
Jeden žiak to riešil takto:

Na prvý pohľad zistil, že obrátená implikácia je pravdivá, čiže platí, že:

Ak $a = b = c$, potom $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$. Potom začal skúmať jednotlivé členy a dostal nápad – vytvárať úplné štvorce. Urobil to nasledovne:

$$a^2 - 2ab + b^2 + ab + c^2 = bc + ac$$
$$(a - b)^2 + ab + c^2 = bc + ac$$

Prečo by sme v tom nemohli pokračovať – myslel si, a napísal:

$$(a - b)^2 + (c - b)^2 = b^2 - ab - bc + ac.$$

Vtedy zbadal, že v pôvodnej rovnosti všetky tri neznáme sa vyskytujú symetricky, teda bolo by účelné túto vlastnosť zachovať aj v naďalej, preto posledný vzťah doplnil takto:

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = b^2 + c^2 + a^2 - ab - bc - ac.$$

Pravá strana podľa pôvodného predpokladu sa rovná nule, teda aj ľavá strana sa musí rovnať nule. Ale súčet druhých mocnín reálnych čísel sa rovná nule práve vtedy, ak všetky reálne čísla (základy) sa rovnajú nule, čiže $a = b$, $b = c$, $c = a$. Tým dokázal, že $a = b = c$.

Žiak ale po riešení tejto úlohy mal taký pocit, že riešenie je príliš zdĺhavé a začal uvažovať o tom, či by sa to nedalo dokázať aj „krajšie". Začal skúmať poslednú rovnosť. Na ľavej strane umocnil dvojčleny a potom upravil daný výraz a dostal:

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac.$$

Zistil, že daný výraz by mohol dostať hneď z predpokladu zadania, ak by zredukoval pravú stranu rovnosti na nulu a následne by daný výraz vynásobil dvomi.

Náš študent by si mohol ušetriť túto zdĺhavú cestu, ak by mu učiteľ na začiatku „pomohol" výzvou: „Skús celú rovnosť vynásobiť dvomi!" Veľmi rýchlo by sa dostal k správnemu riešeniu, ale pravdepodobne by nikdy neprišiel na to, ako môže človeka napadnúť, vynásobiť daný výraz práve dvomi. Keďže sám sa dostal k správnemu výsledku, aj keď trochu komplikovaným spôsobom, najbližšie pri riešení podobných úloh zrejme bude hľadať iné, vhodnejšie a „krajšie" riešenie.

Záver

A práve to je cieľom vyučovania matematiky. Viesť žiakov k samostatnosti, názorne na príkladoch im ukázať krásu matematiky a naučiť ich logicky myslieť a jednotlivé osvojené vedomosti v súvislostiach využívať na riešenie problémových úloh.

Literatúra

[1] ČAPKOVÁ, D.: Učiteľ učiteľov. J. A. Komenský a učiteľská profesia. SPN Bratislava, 1992. ISBN 80-08-01201-3.

[2] LENGYELFALUSY, T.: Význam pamäte vo vyučovaní matematiky. In: XXI. mezinárodní kolokvium o řízení osvojovacího procesu. Sborník abstrakt a elektronických verzí příspěvků na CD-ROMu. VVŠ PV Vyškov, 2003. ISBN 80-7231-105-0.

[3] PÓLYA, G.: How to solve it? Maďarský preklad: A gondolkodás iskolája. Bibliotheca, Budapest, 1957.

[4] SANDANUSOVÁ, A., STOLLÁR, T.: Prečo vyučovať názorne. In: XXI. mezinárodní kolokvium o řízení osvojovacího procesu. Sborník abstrakt a elektronických verzí příspěvků na CD-ROMu. VVŠ PV Vyškov, 2003. ISBN 80-7231-105-0.

[5] ŠEDIVÝ, O. a kol.: Matematika pre 8. ročník základných škôl. 1. časť. SPN Bratislava, 2000. ISBN 80-08-03031-3.

Summary

THE MEANING OF VISUALITY AND REASON IN PROBLEMS SOLUTION

The paper deals with the meaning of visuality and reason in problems solution within the school mathematics. It suggests the importance of solving the difficult problem tasks and it also deals the position of the teacher by creating the difficult problem tasks for making the lessons more interesting.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.37 –42.

STRUKTUROVANÉ (MATEMATICKÉ) TEXTY

DANIELA BITTNEROVÁ

Katedra matematiky a didaktiky matematiky, Fakulta pedagogická, Technická univerzita,
TU v Liberci, Hálkova 6, 461 17 Liberec
e-mail: Daniela.Bittnerová@vslib.cz

Abstract: BITTNEROVÁ, D.: Structural (Mathematical) Texts. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 37 – 42.

In this paper, some possibilities of the structuring of (mathematical) texts and the approximating of them to the notations of "dynamic" lectures are discussed and illustrated in examples. Methods of the text processing of analogous concrete parts of the subject matters in some known representative textbooks are compared (original linear forms and the proposed structural forms). The evaluation follows from the several-year research running in the Technical University in Liberec.

Key words: Structure, structured text, linear text, story-notation, Bombelli brackets.

Úvod

V devadesátých letech dvacátého století začala postupně pronikat do povědomí české veřejnosti možnost (ba někdy nutnost) celoživotního vzdělávání. Moderní formou získávání vědomostí, dovedností a návyků se stalo distanční vzdělávání. Jeho rozvoj a začleňování tohoto způsobu vzdělávání do české vzdělávací soustavy je proces dlouhodobý, od roku 1995 koordinovaný Národním centrem distančního vzdělávání.

Jedním z konkrétních požadavků, který by měl každý kvalitní kurs distančního vzdělávání splňovat, je vytvořit (či získat jinou formou) učební texty, podle nichž budou studenti schopni studovat sami (distančně) bez přímé pomoci učitele. Tyto texty vyžadují jiné parametry, než mají běžně používané učebnice či skripta pro prezenční studium. Pro distanční studium jsou aspekty přípravy a realizace studijních podpor zásadní (viz [5, 6, 7]) a míra jejich naplnění rozhoduje o přijatelnosti materiálů. Obecně je záhodno předkládat studijní texty, které jsou co nejblíže průběžnému zapisování dobře organizovaných přednášek na tabuli. V současnosti lze i chybějící časovou dimenzi přednášky doplnit multimediálním zpracováním.

Po více než pětiletém sbírání zkušeností a navazování kontaktů doma i v zahraničí se na Katedře matematiky a didaktiky matematiky Fakulty pedagogické Technické univerzity v Liberci vytvořil tým nadšenců, který se pokusil vytvořit učebnici matematiky šitou na míru základnímu vysokoškolskému kursu matematiky v prvních ročnících na školách ekonomických a technických. Ukázalo se, že tuto učebnici s povděkem přijali i studenti prezenční formy studia. Pro vzdělávací proces na vysokých školách jsou charakteristické neustálé proměny obsahu a forem výuky. Ty jsou vyvolány vnitřním vývojem disciplin, jim oddaných hledajících pedagogů, ale též změnami technologií a ekonomickou situací. Vyvíjejí se nové a efektivnější metody práce pro učitele a studenty. Studenti se obvykle novým formám rychle přizpůsobí a záhy oceňují jejich přednosti.

Linearita či strukturace?

Při studiu pracujeme obvykle s odborným textem, který má výraznou formální složku, jenž je však z různých, zejména technologických příčin zpracován lineárně. Osvojování jeho obsahu velmi často vyžaduje určitý druh přepracování podle vlastních potřeb – tzv. **agregaci** textu, a tím je text zcela přirozenou formou strukturován. Obvykle postupujeme dopředu podél řádků (vynechávání nepodstatných slov, jiná formulace, používání synonym – náhrady atd.), postupně přidáváme i příčný či meziblokový pohled. Vztahy napříč řádků využíváme při úpravách do sloupců. Blok může samozřejmě zahrnovat i několik odstavců. Někdy provádíme **kondenzaci**, při níž redukujeme obdobné sériové formulace. Při vlastní transformaci textu pak procházíme text protisměrně ve třech výše uvedených dimenzích. Výsledkem jsou **agregáty** různého typu, shrnující původní rozsáhlejší a méně přehledné pasáže.

Současné moderní technické prostředky však umožňují vytvářet odborné učební texty, které již jsou psány strukturovaně. Zvýší se tím jejich srozumitelnost a přehlednost pro studenty, zejména prvních ročníků, kdy způsob prezentace může výrazně ovlivnit efektivitu jejich studia. Ukazuje se (viz [3]), že strukturace psaného matematického textu, tj. používání grafických úprav zdůrazňujících jeho stavbu, má pozitivní vliv i na srozumitelnost přednášek (psaní na tabuli, promítané texty, power point atd.). Nejde o překvapivý jev, neboť již Confucius (552-479 př.n.l.) výrokem „Jeden obrázek je lepší než tisíc slov“ zdůraznil význam často opomíjeného atributu každé předkládané informace (a zejména učebního textu), tj. jeho faktické grafické prezentace.

Ukažme si na konkrétních příkladech některé možnosti strukturování informace. Nejčastějším projevem řádkové kondenzace je shrnutí informace do jediného symbolu. Nemusí nutně jít jen o známé matematické symboly, značky a zkratky (funkce = fce). Podobné kondenzáty najdeme i v zahraniční literatuře - například v anglických matematických knihách se často místo „if and only if“ píše zkráceně „iff“, „dempo“ místo „decimal point“ apod. Zajímavý „hudební“ kondenzát uvádí následující příklad: cis φ := cos φ + i sin φ. Dalším příkladem mohou být (a)fixové kondezáty typu (ne)spojitý, (ne)lineární, (ne)ryzí ..., či (non)linear, (im)proper.

Výrazným prostředkem strukturace textu je agregace údajů do schémat či tabulek. Při klasifikaci či paralelní formulaci jsou vhodná tzv. patrová schémata, zdůrazňující paralelní alternativy v definicích či větách. Graficky lze použít známé vícepatrové stromové struktury nebo „vidličky“ („skobičky“). Uveďme několik příkladů. Citované texty jsou co nejvěrněji přejaty z uvedených učebnic.

Příklad 1 (strukturovaná verze – **S**)

$$\lim_{k\to+\infty}\sum_{n=1}^{k} c_n \begin{cases}\text{existuje}\\ \text{\underline{ne}existuje}\end{cases} \Leftrightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} c_n \begin{cases}\text{konverguje (má součet),}\\ \text{diverguje (\underline{ne}má součet).}\end{cases}$$ ♥

Při použití patrových zápisů se vyhneme kdysi velmi rozšířenému „resp.“. Takové „resp.“ šikovně použité čtyřikrát a víckrát dokáže ve spojení s množstvím kulatých závorek použitých v různých významech divy. Zamotá hlavu často i dost zkušenému čtenáři (viz následující ukázka).

Příklad 2 (klasická verze - **K**)
[8: str. 150^{12-23}]

> ... Protože všechny čtyři funkce jsou v uvedených intervalech spojité (a nekonstantní), zobrazují tyto intervaly na intervaly; krajní body obrazů jsou přitom rovny infimu a supremu příslušné funkce na příslušném intervalu. Protože minimální resp. maximální hodnotou funkce sinus (resp. kosinus) na každém z intervalů $\left\langle (2k-1)\frac{\pi}{2},(2k+1)\frac{\pi}{2}\right\rangle$ (resp. $\langle k\pi,(k+1)\pi\rangle$) je –1 resp. +1(srov. s (1.4.22) - (1.4.23)), platí identity (5.1.23). Protože funkce tangens (resp. kotangens) má v krajních bodech intervalu $\left((2k-1)\frac{\pi}{2},(2k+1)\frac{\pi}{2}\right)$ (resp. $(k\pi,(k+1)\pi)$) jednostranné limity rovné $\pm\infty$, je infimum resp. supremum obou funkcí rovno - ∞ resp. + ∞; z toho ihned plynou identity (5.1.24). ♣

Tento úryvek můžeme pomocí „vidliček" přepsat přehledněji, např. do následující podoby:

Příklad 3 (**S**)

Protože všechny čtyři funkce jsou v uvedených intervalech spojité (a nekonstantní), zobrazují tyto intervaly na intervaly; krajní body obrazů jsou přitom rovny infimu a supremu příslušné funkce na příslušném intervalu.

Protože

minimální hodnotou fce	$\sin x$	pro	$x \in \left\langle (2k-1)\frac{\pi}{2}, (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\rangle$	je	-1,
maximální	$\cos x$		$x \in \langle k\pi, (k+1)\pi \rangle$		$+1$

(srov. s (1.4.22) - (1.4.23)),

platí identity (5.1.23).

Protože funkce	$\mathrm{tg}\, x$	má v krajních bodech intervalu	$\left((2k-1)\frac{\pi}{2}, (2k+1)\frac{\pi}{2} \right)$
	$\mathrm{cotg}\, x$		$(k\pi, (k+1)\pi)$

jednostranné limity rovné $\pm\infty$, je	infimum	obou funkcí rovno	$-\infty$
	supremum		$+\infty$;

z toho ihned plynou identity (5.1.24). ♥

Příklad 4 (**K**)

Tato ukázka je typickým příkladem, jak bývá věta nejčastěji uvedena v současných vysokoškolských učebnicích či skriptech ([4: str. 167 [12-16]]).

Věta. (*Věta o derivaci složené funkce.*) *Nechť jsou dány funkce f a g a nechť existuje složená funkce* $F = f \circ g$ *. Předpokládejme, že funkce g má v bodě* x_0 *derivaci* $g'(x_0)$*, funkce f v bodě* $u_0 = g(x_0)$ *derivaci* $f'(u_0)$*. Pak funkce F má v bodě* x_0 *derivaci*

$$F'(x_0) = f'(u_0) \cdot g'(x_0)\ .$$ ♣

Komentář:

- typická lineárnost toku textu,
- kurzíva znesnadňuje čtení; použití kurzívy pro proměnné pak splývá s textem,
- v záhlaví je sice uvedeno, čeho se věta týká, ale také to splývá s textem věty,
- zvýrazněný je pouze výsledný vztah odsazením a uvedením na nový řádek. ♣

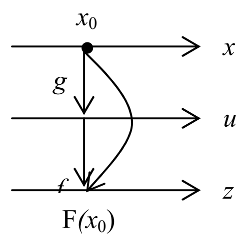
V další ukázce je strukturovaná verze stejné věty (viz [10]). Zde nejsou použité „vidličky, ale strukturace je prezentována grafickým odsazováním, kdy souřadné pojmy jsou na jedné úrovni. Tento postup je známý například z rejstříků.

Příklad 5 (**S**) [10: str. $73_{3\text{-}8}$]

Věta (derivování složené funkce):

Jestliže funkce	$u = g(x)$	má derivaci v bodě x_0	
a funkce	$y = f(u)$	$u_0 = g(x_0)$,	
pak složenina	$y = \mathrm{F}(x) := f[g(x)]$	má derivaci v bodě x_0	
		a platí	

(Dsf) $\quad \mathrm{F}'(x_0) = f'(u_0) \cdot g'(x_0)$, kde $u_0 = g(x_0)$.



♥

Komentář:

- podstatné je strukturováním zvýrazněno,
- důsledné odlišení typu písma pro proměnné,

- mnemotechnika označení vzorce (viz podtržená písmena v záhlaví). ♣

V publikacích se občas vyskytuje lineární struktura, která je proložena množinovými výčty:

Příklad 6 (**S**)

Pro bod $b \in \mathbf{R}$ rozlišujeme jeho $\begin{Bmatrix} (\text{oboustranná}) \\ \text{jednostranná} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{úplná} \\ \text{prstencová} \end{Bmatrix}$ okolí.

♥

Příklad 7 (**S**) [10: str. 7[19-22]]

Označení:

$$\begin{Bmatrix} l \\ g \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{extr} \\ \text{max} \\ \text{min} \end{Bmatrix} := \begin{Bmatrix} \text{lokální} \\ \text{globální} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{extrém} \\ \text{maximum} \\ \text{minimum} \end{Bmatrix}$$

♥

Následující ukázka zahrnuje 16 možností typu limity funkce v bodě. Pro strukturovanou podobu je použit kartézský přepis.

Příklad 8 (**S**) [10: str. 52[21-23]]

$$\begin{Bmatrix} (\text{oboustranná}) \\ \text{jednostranná} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} (\text{vlastní}) \\ \text{nevlastní} \end{Bmatrix} \text{ limita } \begin{Bmatrix} (\text{oboustranně}) \\ \text{jednostranně} \end{Bmatrix} \text{ ve } \begin{Bmatrix} (\text{vlastním}) \\ \text{nevlastním} \end{Bmatrix} \text{ bodě}$$

♥

Porovnáme-li výhody a nevýhody použití „vidliček“ a „svorek“, zjistíme, že strukturace pomocí „vidliček“ umožňuje psát hlavní linii na první řádek, z čárek vidíme počet možností a velmi podstatné také je, že toto označení je nové a s ničím nekoliduje. Naproti tomu použití svorek lze při nepozorném čtení zaměnit s jiným symbolem, hlavní linie textu je psána na osu řádku (technický problém), není na první pohled vidět počet možností.

Do výpočtu (řetězce úprav) bývají vkládány průběžné komentáře. Není vhodné je oddělovat závorkami, běžně používanými v jiných souvislostech. Tuto úlohu mohou převzít téměř již zapomenuté Bombelliho (2. pol. 16. st.) „prazávorky“ $\lfloor \ldots \rceil$ či jejich vodorovně převrácená verze $\lceil \ldots \rfloor$.

Příklad 9 (**S**) [1: str. 52[21-23]]

Ukázka z části důkazu derivace složené funkce:

$$f[g(x)] = f[g(x_0)] + \mathrm{B}[g(x)] \cdot [g(x) - g(x_0)] =$$
$$= \lceil \text{aplikace vztahu (6)} \rfloor = f[g(x_0)] + \mathrm{B}[g(x)] \cdot \mathrm{A}(x)(x - x_0)\ .$$

♥

Strukturace textu nesmí být samoúčelná. Jejím cílem je zpřehlednit obsahovou stránku textu. Strukturujeme-li za každou cenu, jistě se dostaneme do situace, kdy text naopak nebude vůbec čtivý. Ve shodě s výše uvedeným citátem Confucia je někdy lepší vložit do textu obrázky či „minigrafy“ ilustrující situaci, vysvětlující protikladné příklady.

Příklad 10 (**S**) [10: str. $85^{6\text{-}8}$]

f''	> 0	< 0	$= 0$
f	konvexní	konkávní	lineární

♥

Současné textové editory (Word, LATEX) umožňují plno dalších způsobů, jak učinit odborný text čtivější. Nabízejí mnoho typů písma a především „odstavcových“ prostředků, jako je rámování (často stačí po stranách zvýrazňované části) a stínování, různé „miniobrázky“ atd. Použijeme-li je s rozvahou, nabízí se nám celá škála možností, jak studentům usnadnit zejména počátek studia, kdy ještě většinou s odborným textem neumějí zacházet. Výzkum provedený na Katedře matematiky a didaktiky matematiky TU v Liberci (viz [3]) potvrdil, že po jisté době (jeden semestr), kdy se studenti s novým způsobem zápisu postupně seznamují v hodinách matematiky, dávají mu ve velké míře přednost, což potvrdilo naše očekávání. Tento styl je samozřejmě použitelný i v dalších oborech.

Literatura

[1] BITTNEROVÁ, D.: *Derivace složené funkce*. In: Mezinár. konference Prezentace matematiky. [Sborník z konf. 2003.], Liberec, září 2003.

[2] BITTNEROVÁ, D. - VILD, J.: *RCL-věty*. In:[Sborník z konf. Jubilee kateder matematiky TUL 2000.] Liberec, září 2000.

[3] BITTNEROVÁ, D. - VILD, J.: *Text structures in teaching mathematics.*.In: 2nd Inter. Conference „Teaching of Maths at the undergraduate level“. Crete, Greece, July 2002.

[4] BRABEC, J. - MARTAN, F. - ROZENSKÝ, Z.: *Matematická analýza I.* Praha 1985.

[5] BITTNEROVÁ, D. - VILD, J.: *Strukturace textů pro distanční vzdělávání*. In: Distanční vzdělávání - principy a metodika. [Sborník z konf. DV 1996.], Ostrava 1996.

[6] BITTNEROVÁ, D. - VILD, J.: *Distanční prvky v denním studiu*. Zpravodaj Komise pro matematiku na VŠTEZ. JČMF, 12, červenec 1998. Trenčín, září 1998.

[7] BITTNEROVÁ, D. - VILD, J.: *Distance Principles for Full Time Studies.,* VIth Czech-Polish Mathematical School. Litoměřice, červen 1999.

[8] ČERNÝ, I.: *Diferenciální a integrální počet 1.* Liberec, TU 1997.

[9] BITTNEROVÁ, D. - VILD, J.: *((Ma)t)ema(t(i(č)k)a) (na) vid(li(čku)).* In: [Sborník z mezinárodní konf. „$60 = 2^2 . 3 . 5$?“.] Liberec, září 2002.

[10] VILD, J. - ŘÍHOVÁ, H.: *Diferenciální kalkul F1.* Liberec, TU 2002.

Summary

STRUCTURAL (MATHEMATICAL) TEXTS

Students have studied from vocational books and university mimeographed at universities, they also have used websites or on-line programmes, and information is got in lectures, exercises and seminars. This information is being given in the oral form, but it mostly is written on the blackboard, overhead projector or computer. These texts are usually written linearly, the same parts are repeated several times. The text turns into not providing an easy survey and the information flood is overwhelming. Thus, the text turns into a thick impenetrable jungle forest. From the psychological view, it is evident that a book or a similar text can attract readers by its design, size (numbers of pages), a graphical form etc. – shortly by its presentation. Deciding between two textbooks with almost the same content, a student/reader will choose inadvertently that book which is written in the more readable and understandable form.

Some teachers of the Department of Mathematics and Didactics of Mathematics of the Faculty

of Education TU in Liberec are observing influence of a mathematical text written in structures on an acceptation of lectures and textbooks. The reading of a mathematical text is for non-prepared readers generally and objectively difficult. The perception of the content depends on many factors. Efficiency of studies can be influenced by the way of presentation of a subject matter. That is why a graphic arrangement emphasising composition of this text is investigated in our department. Similar principles could be used for an arbitrary vocational text. Using these principles in teaching process we can help our students substantially.

This paper presents several these principles, compares original linear form and the proposed structural form.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.43 –52.

AKÉ VÝSLEDKY DOSIAHLI ŽIACI V TESTE Z MATEMATIKY V RÁMCI PROJEKTU MONITOR 9?

JANKA STOPKOVÁ, JOZEF KURAJ

Štátny pedagogický ústav, Pluhová 8, 830 00 Bratislava
e-mail: Janka.Stopkova@statpedu.sk, Jozef.Kuraj@statpedu.sk

Abstract: STOPKOVÁ, J., KURAJ, J.: What are the students achievements in the Mathematics test in MONITOR 9/2003. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 43 – 52.
Looking for the optimal way to intake the students on Grade 9 to secondary schools to implement the monitor - achievement of the students in the final year of the primary education. The Ministry of Education entrusted The National Institute for Education with preparation of a project MONITOR 9 in 2003. Our institute prepared the test instruments, instructions for the teachers, to provid the objectiveness of the testing. The target population presented all students, which wanted to study in the secondary grammar school.
The aim of this paper is to inform the community about the results of the test in Mathematics on Grade 9.
Key words: testing, correlation, significance, assessment of the education in Mathematics.

Úvod

Prijímacie pohovory a ich realizácia na vyššie vzdelávacie stupne v našom školstve obsahujú celý rad problémov. Snaha o čo najlepšiu objektivizáciu – skvalitnenie a transparentnosť prijímacieho procesu priniesla so sebou myšlienku pripraviť a pilotne zrealizovať projekt, ktorý by naznačil možnosti, ako usmerniť proces prijímacích pohovorov na stredné školy. Hľadal sa (a ďalej hľadá) ideálny spôsob, ako zistiť reálne vedomosti a zručnosti žiakov externe zadávaným testom (testami s rozdielnou úrovňou obtiažnosti) pre všetkých žiakov základných škôl. Výsledky takýchto testov by patrili k jednému z kritérií, ktoré by rozhodovali o prijatí žiakov na strednú školu.

Charakter MONITORa 9

V prvom roku 2003 bol projekt MONITOR 9 zrealizovaný na školách, ktoré vykazovali žiakov v 9. ročníku ZŠ, spolu tvorili základný súbor 1 493 škôl. Testovania sa nezúčastnili žiaci so špeciálnymi výchovno - vzdelávacími potrebami.

Kritériom zámerného výberu bola podmienka, aby si žiak 9. ročníka podal v školskom roku 2002/2003 aspoň jednu prihlášku na gymnázium.

Monitorovali sa vedomosti a zručnosti žiakov po ukončení 2. stupňa základnej školy z dvoch učebných predmetov - podobne ako na prijímacích pohovoroch. Žiak písal 2 testy - test z matematiky a test z vyučovacieho materinského jazyka.

Spolu sa administrovali 3 testy:

- Test z matematiky (v slovenskom a maďarskom jazyku),
- Test zo slovenského jazyka a literatúry,
- Test z maďarského jazyka a literatúry.

Organizácia monitorovania

V období od februára do apríla (podľa časového harmonogramu určeného poverením MŠ SR č. 46/2003 zo dňa 17. 02. 2003) školy v spolupráci so ŠPÚ pripravili a zrealizovali priebeh MONITORa 9 na 1 419 základných školách. Testy boli administrované zamestnancami škôl - interným dozorom.

Vyhodnotenie výsledkov pre žiakov a školy prebiehalo od konca apríla do polovice júna 2003. V súčasnosti prebiehajú analýzy výsledkov žiakov, položková analýza testových úloh a vyhodnocovanie názorov učiteľov. V našom príspevku informujeme o výsledkoch žiakov v teste z matematiky.

Metódy zberu dát

Žiaci zapisovali odpovede na testové úlohy do odpoveďových hárkov, ktoré sa následne spracovali technológiou skenovania OCR. Získané výsledky sa rozpoznali, vyčistili a previedli do databázového softvéru MS Access. Podľa kľúča správnych odpovedí sa žiacke odpovede objektívne skórovali a hodnotili binárnym spôsobom – 0 bodov za nesprávnu, neplatnú a žiadnu odpoveď a 1 bod za správnu odpoveď.

Žiaka sme vyhodnotili podľa celkového počtu bodov (hrubé skóre), ktoré nebolo štandardizované.

Školám sme zaslali *Zoznam žiakov,* ktorý obsahoval výsledky testovaných žiakov z oboch predmetov.

Doplňujúcou informáciou bola priemerná úspešnosť žiakov za školu pre každý testovaný predmet, tento údaj slúžil škole na porovnanie s celoslovenským priemerným výkonom. Každá škola sa dozvedela len vlastné výsledky.

Metódy analýzy dát

Previedli sme štatistickú deskripciu dát podľa vybraných znakov: *kraj – veľkosť školy – sídlo školy – pohlavie – testová forma - klasifikácia žiaka.* Univariačná analýza opisovala distribúciu výsledkov v tabuľkách, ktoré obsahovali okrem početnosti (frekvencie) dát aj štatistické charakteristiky úrovne premenných - celkový počet bodov a úspešnosť (priemer, medián, modus), zároveň aj charakteristiky variability dát (štandardná odchýlka).

Komparovali sme zistené rozdiely v dosiahnutej úrovni úspešnosti podľa vybraných znakov. Pri štatistickom testovaní sme použili Studentov t – test pre jeden výber a pre dva nezávislé výbery, aplikovali sme jednoduchú analýzu rozptylu pri testovaní rozdielov viacerých skupín v rámci kategórie medzi sebou.

Cieľom štatistického testovania je odhaliť, či rozdiely priemerov (jednotlivých skupín v rámci kategórie oproti slovenskému priemeru a skupín navzájom medzi sebou) sú štatisticky významné. Existenciu rozdielov v dosiahnutej úrovni úspešnosti sme interpretovali pomocou výpočtu štatistickej signifikancie (významnosti). Pre určenie závažnosti zisteného rozdielu sme vypočítali vecnú signifikanciu interpretovanú hodnotou korelačnej miery r_m. Pri testovaní sme mali stanovenú hladinu významnosti $\alpha = 0{,}05$.

Vybrané údaje sme zobrazili graficky v podobe stĺpcových grafov - bar chart a error bar.

Charakteristika výberového súboru škôl

Test z matematiky bol administrovaný školskými administrátormi na 1 293 základných školách. Z toho 1 280 škôl (98,9%) tvorili školy s vyučovacím jazykom slovenským, 9 škôl (0,7%) s vyučovacím jazykom slovensko – maďarským, 2 školy s vyučovacím jazykom slovensko – ukrajinským a 2 školy s vyučovacím jazykom ukrajinským.

Výberový súbor testovaných žiakov

Test z matematiky písalo spolu 16 665 žiakov, z ktorých 16 633 žiakov (99,8%) písalo oba testy. Z tohoto počtu 15 527 žiakov písalo test zo slovenského jazyka a literatúry spolu s testom z matematiky, 1 106 žiakov písalo test z maďarského jazyka a literatúry spolu s testom z matematiky (preklad do maďarského jazyka). Len test z matematiky písalo 32 žiakov (0,2%).

Vo výberovom súbore žiakov bolo 10 256 dievčat (61,5%) a 6 409 chlapcov (38,5%). Testovania sa zúčastnilo 12 684 žiakov (76,1%) z mestských škôl a z 3 981 žiakov (23,9%) vidieckych škôl.

Zastúpenie žiakov podľa krajov bolo nasledovné - najviac žiakov bolo testovaných z Prešovského kraja - 2 711 (16,3%) a Košického kraja 2 579 (15,5%). Najmenej žiakov písalo test z matematiky v Trnavskom kraji 1 625 (9,8%) a Nitrianskom kraji - 1 792 (10,8%).

Podľa zriaďovateľa prevažovali žiaci zo škôl zriaďovaných samosprávou - 15 600 žiakov (93,6%), najmenej zo súkromných škôl - 5 žiakov.

Zastúpenie žiakov podľa veľkosti školy (t.j. celkového počtu žiakov v škole v 1. - 9. ročníku) bolo také, že najmenej žiakov bolo prihlásených zo škôl s celkovým počtom do 299 žiakov – 2 832 žiakov (17,0%), z veľkostnej kategórie od 300 do 599 žiakov - 7 055 (42,3%) a zo škôl nad 600 žiakov – 6 778 žiakov (40,7%). Podiel žiakov podľa všetkých triediacich znakov kopíroval štruktúru základneho súboru žiakov 9. ročníka na Slovensku okrem znaku *pohlavie.* Záujem dievčat o gymnaziálne štúdium bol väčší, hoci v základnom súbore je zastúpenie chlapcov (50,4%) a dievčat (49,6%) rovnomerné.

Charakteristika testu , rozdelenie testov a testových foriem

Test obsahoval 20 uzavretých testových úloh s výberom odpovede. Žiaci mali na výber z piatich možností odpovede A – E, z ktorých práve jedna možnosť bola správna.

Pri rozdeľovaní testov boli rovnomerne vybrané kraje (podľa počtu prihlásených žiakov), v ktorých podľa určeného časového harmonogramu prvý v poradí bol administrovaný test z matematiky (Banskobystrický kraj, Nitriansky kraj, Prešovský a Žilinský kraj) a druhý test zo slovenského jazyka a literatúry (alternatívne maďarského jazyka a literatúry). Zároveň v zostávajúcich krajoch boli testy administrované v opačnom poradí.

Zastúpenie testových foriem A a B v teste z matematiky bolo rovnomerné vo všetkých krajoch. Pomer vyjadrujúci zastúpenie žiakov jednotlivých krajov, ktorí písali formu A a formu B bol nasledovný: Bratislavský kraj – 50,0 : 50,0; Trnavský kraj – 50,1 : 49,9; Trenčiansky kraj – 50,4 : 49,6; Nitriansky kraj - 50,4 : 49,6; Žilinský kraj – 51,0 : 49,0; Banskobystrický kraj 50,1 : 49,9; Prešovský kraj - 50,5 : 49,5; Košický kraj 51,0 : 49,0.

Výsledky žiakov

Dosiahnuté výsledky žiakov sme charakterizovali a vzájomne porovnávali podľa vybraných triediacich znakov: *kraj – veľkosť školy – sídlo školy – pohlavie – testová forma - klasifikácia žiaka.*

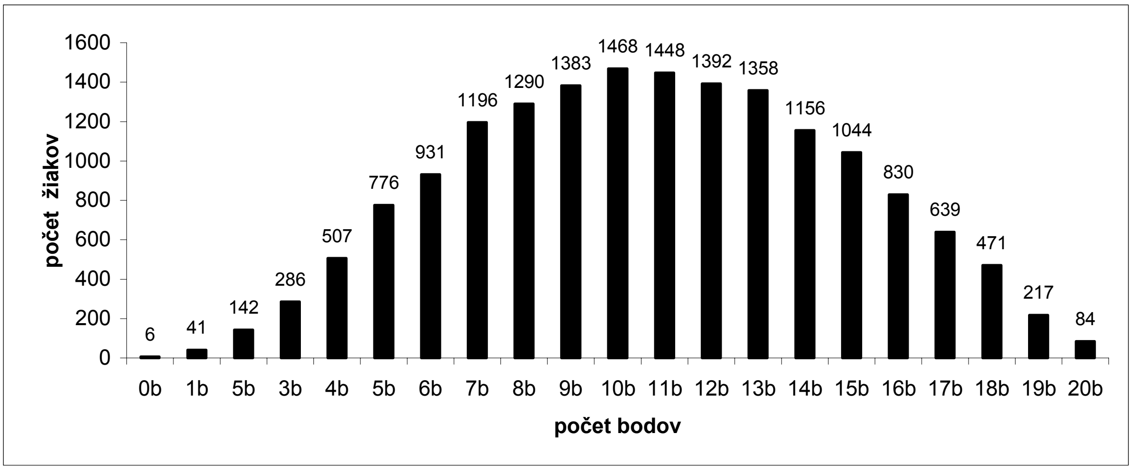
Žiaci v teste z matematiky získali v priemere 10,74 bodov z maximálneho počtu 20 bodov. Priemerná úspešnosť dosiahla hodnotu 53,8 %. Rozdelenie žiakov podľa počtu získaných bodov uvádzame v grafe 1 a tabuľke 1. Základné štatistické charakteristiky celkového počtu bodov, t.j. počet žiakov, ktorí test písali, priemerný počet bodov, štandardnú odchýlku, medián (strednú hodnotu bodovej škály), modus (najčastejšie sa vyskytujúcu hodnotu bodovej škály), minimálny a maximálny dosiahnutý celkový počet bodov uvádzame v tabuľkách 2 - 6.

Tabuľka 1: Rozdelenie žiakov podľa počtu získaných bodov

Počet bodov	Počet žiakov, ktorí získali daný počet bodov	V %
0b	6	0,04
1b	41	0,25
5b	142	0,85
3b	286	1,72
4b	507	3,04
5b	776	4,66
6b	931	5,59
7b	1196	7,18
8b	1290	7,74
9b	1383	8,30
10b	1468	8,81
11b	1448	8,69
12b	1392	8,35
13b	1358	8,15
14b	1156	6,94
15b	1044	6,26
16b	830	4,98
17b	639	3,83
18b	471	2,83
19b	217	1,30
20b	84	0,50
Spolu	**16665**	**100,00**

Z celkového počtu 16 665 testovaných žiakov, výsledky 8 026 žiakov (48,2 %) v teste matematiky boli horšie ako predstavoval celoslovenský priemer (počet získaných bodov v teste bol nižší ako celoslovenský priemer), výsledky 1 448 žiakov (8,7 %) boli na úrovni celoslovenskej priemernej úspešnosti (žiaci získali 11 bodov) a výsledky 7 191 žiakov (43,1 %) boli lepšie ako celoslovenský priemer. Maximálny počet 20 bodov získalo 84 žiakov (0,5 %).

Graf 1: Rozdelenie žiakov podľa počtu získaných bodov



Graf 1 znázorňuje ako výsledky rozdelili žiakov podľa počtu získaných bodov v teste z matematiky.

Kraj

Rozdiely vo výkonoch žiakov **Trnavského kraja** (úspešnosť 53,4%), **Trenčianskeho kraja** (úspešnosť 54,0%), **Nitranského kraja** (úspešnosť 52,9%) a **Prešovského kraja** (úspešnosť 54,4%) a celoslovenským priemerným výkonom (53,7%) **nie sú štatisticky významné**.

Oproti celoslovenskému priemernému výkonu **signifikantne horší výsledok** dosiahli žiaci **Banskobystrického kraja** (úspešnosť 50,5%) a **Žilinského kraja** (úspešnosť 51,1%).

Žiaci **Bratislavského kraja** (úspešnosť 55,3%) a **Košického kraja** (úspešnosť 57,1%) dosiahli **štatisticky významne** (signifikantne) **lepší výsledok** ako celoslovenský priemer.

Tabuľka 2: Štatistické charakteristiky počtu bodov podľa krajov

Kraj	počet žiakov	v %	priemer bodov	štandardná odchýlka	medián	modus	minimum	maximum
BA	1 947	11,7	11,1	4,1	11	13	0	20
TT	1 625	9,8	10,7	4,0	11	10	1	20
TN	1 838	11,0	10,8	3,8	11	11	1	20
NT	1 792	10,8	10,6	4,1	11	10	0	20
ZA	2 261	13,6	10,2	3,9	10	9	1	20
BB	1 912	11,5	10,1	3,9	10	9	1	20
PO	2 711	16,3	10,9	3,9	11	11	0	20
KE	2 579	15,5	11,4	4,2	12	12	0	20
Spolu v SR	16 665	100,0	10,7	4,0	11	10	0	20

Tabuľka 3: Rozdiely v priemernej úspešnosti žiakov podľa krajov

Kraj	Počet žiakov	Priemer	Št. odch.	Priemer SR	Významnosť rozdielu priemerov krajov oproti slovenskému priemeru	Významnosť rozdielu priemerov podľa krajov							
						BA	TT	TN	NT	ZA	BB	PO	KE
BA	1 947	55,3	20,6	53,7	▲	.	▲	●	▲	▲	▲	●	▼
TT	1 625	53,4	20,2		●	▼	.	●	●	▲	▲	●	▼
TN	1 838	53,9	19,1		●	●	●		●	▲	▲	●	▼
NT	1 792	52,9	20,5		●	▼	●	●	.	▲	▲	▼	▼
ZA	2 261	51,1	19,5		▼	▼	▼	▼	▼		●	▼	▼
BB	1 912	50,5	19,3		▼	▼	▼	▼	▼	●	.	▼	▼
PO	2 711	54,4	19,6		●	●	●	●	▲	▲	▲		▼
KE	2 579	57,1	20,9		▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	.

Vysvetlivky:

BA – Bratislavský kraj, TT – Trnavský kraj, TN – Trenčiansky kraj, NT – Nitranský kraj, ZA – Žilinský kraj, BB – Banskobystrický kraj, PO – Prešovský kraj, KE – Košický kraj.

Inštrukcia:

Pri čítaní každého riadku II. časti tabuľky 3 porovnávame daný kraj (v riadku) oproti krajom, ktoré sú v stĺpci. Symboly nám hovoria, či je priemerná úspešnosť v danom kraji signifikantne vyššia, nižšia alebo na úrovni porovnávanej priemernej úspešnosti žiakov v inom kraji - zobrazenom v stĺpci.

Napr.

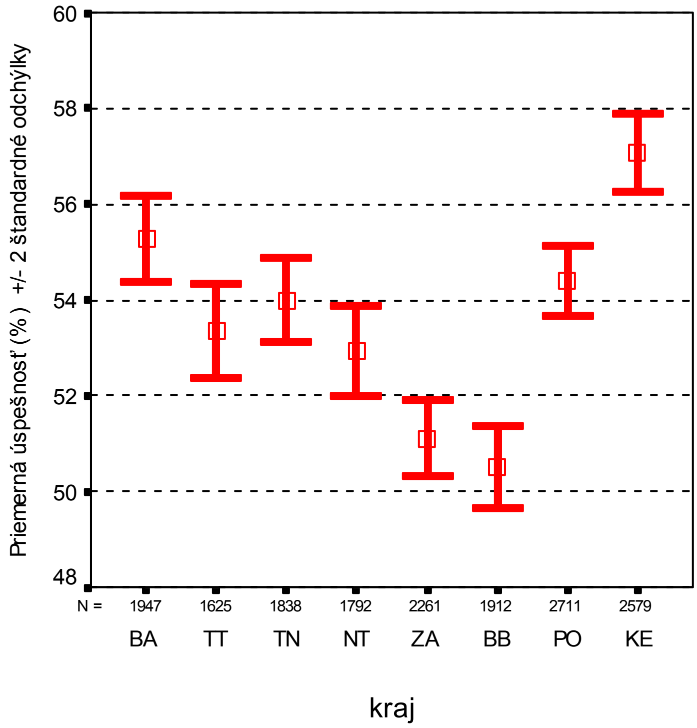
Priemerná úspešnosť v Bratislavskom kraji je signifikantne vyššia ako priemerná úspešnosť v Trnavskom kraji.

Symboly:

▲ priemerná úspešnosť je signifikantne vyššia, ● v priemernej úspešnosti nie sú signifikantné rozdiely, ▼ priemerná úspešnosť je signifikantne nižšia.

V nasledujúcom Grafe 2 (Error Bar) sme uviedli zobrazenie konfidenčného intervalu spoľahlivosti (tzn. s 95 % pravdepodobnosťou platí, že priemerná hodnota úspešnosti žiakov sa nachádza v znázornenom intervale), v ktorom sa nachádza priemerná úspešnosť žiakov rozdelených podľa krajov v teste z matematiky. Priemerná úspešnosť je znázornená pre každý kraj na grafe v tvare štvorčeka. Bočné čiary (bokombrady) vyjadrujú, v akom intervale sa nachádza 95 % všetkých výsledkov úspešnosti žiakov. Najvyššiu úspešnosť dosiahli žiaci z Košického kraja.

Graf 2: Rozdelenie 95 % intervalu spoľahlivosti výsledkov z matematiky podľa krajov



Veľkosť školy

Tabuľka 4: Štatistické charakteristiky počtu bodov podľa veľkosti školy

veľkosť školy	počet žiakov	v %	priemerný počet bodov	štandardná odchýlka	medián	modus	minimum	maximum
do 299 žiakov	2832	17,0	10,9	4,1	11	10	0	20
od 300 do 599 žiakov	7055	42,3	10,6	4,0	11	11	0	20
nad 600 žiakov	6778	40,7	10,8	3,9	11	10	1	20
Spolu v SR	16 665	100,0	10,7	4,0	11	10	0	20

Tabuľka 4 ukazuje, že v hodnotách mediánu, modusu a v extrémnych hodnotách počtu bodov z testu matematiky nie sú medzi žiakmi triedenými do skupín v rámci veľkostných kategórií rozdiely.

Tabuľka 5: Rozdiely vo výkonoch úspešnosti žiakov podľa veľkosti školy

Veľkosť školy	Počet žiakov	Priemer	Št. odch.	Priemer SR	Významnosť rozdielu priemerov oproti slovenskému priemeru	Významnosť rozdielu priemerov podľa veľkosti školy		
						do 299 žiakov	300 až 599 žiakov	nad 600 žiakov
do 299 žiakov	2832	54,7	20,6	53,7	▲		▲	▲
300 až 599 žiakov	7055	53,2	20,0		▼	▼		●
nad 600 žiakov	6778	53,8	19,9		●	▼	●	

Analýzou významnosti rozdielov v úspešnosti žiakov podľa veľkosti školy sme zistili, že žiaci **z prvej veľkostnej kategórie** dosiahli **lepší výsledok** (úspešnosť 54,7 %) ako bol celoslovenský priemer, žiaci **z tretej veľkostnej kategórie škôl** (úspešnosť 53,8%) dosiahli **takmer rovnaký výsledok** ako celoslovenský priemer a žiaci **z druhej veľkostnej kategórie** škôl (úspešnosť 53,2 %) dosiahli **horší priemerný výsledok** ako bol celoslovenský priemer. Vo výsledkoch žiakov tretej veľkostnej kategórie škôl (53,8 %) nie sú signifikantné rozdiely v úspešnosti v porovnaní s celoslovenským priemerným výkonom.

Zistené štatisticky významné rozdiely medzi skupinami (v prvej a druhej veľkostnej kategórii) veľkosti školy majú malú vecnú signifikanciu $r_m = 0{,}05$ (školy do 299 žiakov) a $r_m = 0{,}02$ (školy do 599 žiakov). Dá sa dedukovať, že veľkostný typ školy neovplyvňoval výkon žiaka v teste z matematiky.

Druhá časť tabuľky 5 interpretuje porovnanie významnosti rozdielu priemernej úspešnosti žiakov triedených podľa skupín veľkostných kategórií školy navzájom.

Sídlo školy

Tabuľka 6: Štatistické charakteristiky počtu bodov podľa sídla školy

sídlo školy	počet žiakov	v %	priemer	štandardná odchýlka	medián	modus	minimum	maximum
vidiek	3 981	23,9	10,9	4,0	11	11	0	20
mesto	12 684	76,1	10,7	4,0	11	10	0	20
Spolu v SR	16 665	100,0	10,7	4,0	11	10	0	20

Tabuľka 6 interpretuje, aké priemerné hodnoty počtu bodov dosiahli žiaci triedení podľa znaku sídlo školy.

Tabuľka 7: Rozdiely vo výkonoch úspešnosti podľa sídla školy

Sídlo školy	Počet žiakov	Priemer. úspešnosť	Št. odch.	Priemer SR	Významnosť rozdielu priemerov oproti slovenskému priemeru	Významnosť rozdielu priemerov medzi vidiekom a mestom
vidiek	3981	54,3	20,1	53,7	●	●
mesto	12684	53,6	20,1		●	●

Žiaci z vidieckych škôl dosiahli priemernú úspešnosť 54,3 % a žiaci z mestských škôl dosiahli priemerne len o niečo menšiu priemernú úspešnosť 53,6 %. Aplikáciou jednovýberového t-testu sme získali hodnoty štatistickej signifikancie väčšie ako stanovená hladina významnosti $\alpha = 0{,}05$, teda môžeme tvrdiť, že vo výkone žiakov podľa sídla školy a celoslovenským priemerným výkonom nie sú signifikantné rozdiely.

Zároveň medzi priemernou úspešnosťou skupín žiakov triedených podľa typu sídla nie sú signifikantné rozdiely navzájom v porovnaní žiakov z mestských a vidieckych škôl.

Pohlavie žiaka

Tabuľka 8: Štatistické charakteristiky počtu bodov podľa pohlavia

pohlavie	počet žiakov	v %	priemer	štandardná odchýlka	medián	modus	minimum	maximum
chlapci	6 409	38,5	11,2	4,0	11	12	0	20
dievčatá	10 256	61,5	10,4	3,9	10	10	0	20
SR	16 665	100,0	10,7	4,0	11	10	0	20

V tabuľke 8 uvádzame, aký priemerný počet bodov dosiahli žiaci podľa pohlavia. Chlapci získali väčší priemerný počet bodov ako dievčatá.

Tabuľka 9: Rozdiely vo výkonoch úspešnosti podľa pohlavia

pohlavie	počet žiakov	Priemer. úspešnosť	Št. odch.	Priemer SR	Významnosť rozdielu priemerov oproti slovenskému priemeru	Významnosť rozdielu priemerov medzi chlapcami a dievčatami
chlapci	6409	56,2	20,2	53,7	▲	▲
dievčatá	10256	52,2	19,9		▼	▼

Priemerná úspešnosť dievčat (52,2 %) a chlapcov (56,2 %) naznačuje, že výkon chlapcov bol signifikantne lepší ako výkon dievčat v porovnaní výsledkov medzi pohlaviami žiakov navzájom.

Chlapci dosiahli štatisticky signifikantne **lepší výsledok** ako bol celoslovenský priemer, **dievčatá** dosiahli štatisticky signifikantne **horší výsledok** ako celoslovenský priemer. Zistená však bola malá vecná signifikancia. Teda exaktné porovnávacie kritérium hovorí, že medzi výsledkami hodnotenými priemernou úspešnosťou podľa pohlavia žiaka a celoslovenskými výsledkami nie sú významné rozdiely.

Klasifikácia

Výsledky žiakov sme analyzovali aj vzhľadom na klasifikáciu žiaka - známku uvedenú na polročnom vysvedčení v 9. ročníku ZŠ z matematiky. Tabuľka 10 uvádza dosiahnutú priemernú úspešnosť žiakov podľa známky.

Tabuľka 10: Štatistické charakteristiky celkovej úspešnosti podľa známky na polročnom vysvedčení

známka	Počet žiakov	Priemer. úspešnosť	Št. odch.	Priemer SR	Významnosť rozdielu priemerov krajov oproti slovenskému priemeru	Významnosť rozdielu priemerov podľa známky			
						1	2	3	4
1	9373	59,5	19,0	53,7	▲	.	▲	▲	▲
2	5994	47,9	18,7		▼	▼	.	▲	▲
3	1103	38,6	18,1		▼	▼	▼	.	▲
4	99	31,9	15,3		▼	▼	▼	▼	

Štatisticky lepší výkon - vyššiu úspešnosť žiakov triedených podľa známky oproti celoslovenskej priemernej úspešnosti dosiahli žiaci, ktorí uviedli známku 1. Horší výsledok dosiahli oproti slovenskému priemeru žiaci dvojkári, trojkári a štvorkári. Potvrdilo sa, že jednotkári dosiahli signifikantne lepšie výsledky v priemernej úspešnosti oproti priemernej úspešnosti všetkých ostatných skupín žiakov.

Rozdelenie známky na polročnom vysvedčení z matematiky po krajoch ukazuje tabuľka 11. Najviac jednotkárov písalo test z Prešovského kraja, najviac dvojkárov sa do testovania prihlásilo zo Žilinského kraja. Najviac trojkárov a štvorkárov bolo testovaných z Bratislavského kraja.

Tabuľka 11: Rozdelenie početnosti známok na polročnom vysvedčení podľa krajov

Kraj	Známka na polročnom vysvedčení							
	1		2		3		4	
	počet	v %	počet	v %	počet	v %	počet	v %
BA	886	9,5	801	13,4	204	18,5	28	28,3
TT	822	8,8	675	11,3	118	10,7	7	7,1
TN	948	10,1	754	12,6	114	10,3	9	9,1
NT	1 133	12,1	539	9,0	104	9,4	6	6,1
ZA	1 148	12,2	924	15,4	174	15,8	8	8,1
BB	1 091	11,6	641	10,7	147	13,3	23	23,2
PO	1 768	18,9	828	13,8	106	9,6	2	2,0
KE	1 577	16,8	832	13,9	136	12,3	16	16,2
spolu	9 373	100,0	5994	100,0	1103	100,0	99	100,0

Tabuľka 12 uvádza priemernú úspešnosť žiakov jednotlivých klasifikačných stupňov rozdelených podľa krajov.

Tabuľka 12: Rozdelenie úspešnosti podľa známky na polročnom vysvedčení a podľa krajov

Kraj	Známka na polročnom vysvedčení							
	1		2		3		4	
	Úspešnosť							
	priemer	št. odch.	priemer	št. odch.	priemer	št. odch.	priemer	št. odch.
BA	62,2	19,1	51,9	19,7	41,8	18,8	35,4	16,9
TT	59,8	19,1	48,2	19,2	38,8	17,8	41,4	15,7
TN	60,1	17,9	49,0	17,7	38,1	16,8	23,3	7,5
NT	59,1	18,4	43,9	19,0	34,1	19,0	25,0	12,6
ZA	56,2	19,5	47,4	18,1	38,2	16,6	33,7	15,5
BB	56,1	18,5	45,6	17,0	33,8	16,6	27,0	12,4
PO	59,8	18,5	45,1	17,3	38,0	17,1	52,5	3,5
KE	62,6	20,0	50,1	19,7	43,7	19,9	42,5	16,6
spolu	59,5	19,0	47,9	18,7	38,6	18,1	31,9	15,3

Z tabuľky 12 je zaujímavý údaj priemernej úspešnosti žiakov so známkou 4 na polročnom vysvedčení v Prešovskom kraji. Priemerná úspešnosť týchto (2) žiakov bola lepšia ako priemerná úspešnosť dvojkárov v hociktorom kraji. Nastoľuje sa otázka objektívnosti hodnotenia žiakov a zaručenia objektívnosti priebehu testovania.

Záver

Testy z matematiky spolu s kľúčom správnych odpovedí sú transparentne zverejné na domovskej webovej stránke ŠPÚ (http://www.statpedu.sk/Monitor9/2003/default.htm). Cieľom príspevku bolo priblížiť charakter MONITORa 9, jeho priebeh a výsledky testu z matematiky. Ak by sa podobné monitorovania po ukončení II. stupňa základnej školy realizovali opakovane, prispeli by k tomu, aby sa mohli porovnať dosiahnuté výsledky v časovom rade viacerých rokov, odpilotovali by sa a určili vlastnosti testových úloh, čo by v konečnom dôsledku výraznou mierou prispelo k tvorbe kvalitných meracích nástrojov. Zo záverov štatistických analýz môžu tvorcovia koncepčných návrhov čerpať celý rad výsledkov dôležitých pre návrhy opatrení súvisiacich s meraním úrovne vzdelania a prípravy obsahovej prestavby pedagogických dokumentov a učebných materiálov pre žiakov.

Literatúra

[1.] BURJAN, V., SUCHOMEL, P.: *Princípy dobrého prijímacieho konania: príručka pre stredné školy.* Inštitút pre dobre spravovanú spoločnosť, Bratislava, 2003

[2.] CLAUSS, G., EBNER, H.: *Základy štatistiky pre psychológov, pedagógov a sociológov.* SPN, Bratislava, 1998.

[3.] GAVORA, P.: *Výskumné metódy v pedagogike.* Univerzita Komenského, Bratislava, 1997.

[4.] SPSS Inc.: *SPSS 11.5 Brief Guide.* Prentice Hall, New Jersey, 2002.

[5.] RITOMSKÝ, A.: *Metódy psychologického výskumu:kvantitatívna analýza dát.* Medzinárodné stredisko pre štúdium rodiny, Bratislava 2002.

Summary

WHAT ARE THE STUDENTS ACHIEVEMENTS IN THE MATHEMATICS TEST IN MONITOR 9/2003

Results of the test included the some interested aspects of the educational process on primary schools. We measured and statisticaly confirmed the different standards of the achievement results of the students. It is necessary to test the knowledge and ability of the students on Grade 9 in order to pilot the test items and check their real knowledge. These results are useful for the creation the concepts of textbooks and pedagogical sources. These results can give the detail informations for the decisions of our Ministry of Education.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.53 –56.

HISTÓRIA DÔKAZU VEĽKEJ FERMATOVEJ VETY

MARCEL ABAS

Katedra matematiky, Materiálovotechnologická Fakulta, Slovenská Technická Univerzita,
Paulínska 16, 917 24 Trnava
e-mail: abas@mtf.stuba.sk

Abstract: ABAS, M.**:** The History of the proof of FLT (Fermat's Last Theorem). Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 53 – 56.

Over three hundred and fifty years, the Fermat's Last Theorem has been one of the best-known unsolved problems of number theory. In this article, we provide to the reader a brief survey of particular solutions of FLT and we give a sketch of main ideas serving for a proof of that.

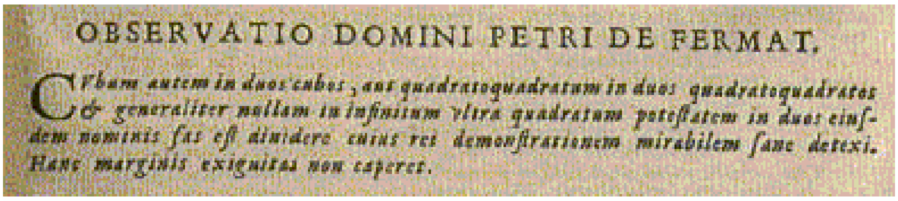
Key words: Fermat's Last Theorem, elliptic curve, modular form.

Úvod

Takzvaná Veľká Fermatova veta je zrejme najznámejší problém z oblasti matematiky. Popularita VFV vyplýva z jednoduchej formulácie problému, takže každý človek (nie nutne matematik) ktorý má čo i len základné matematické vzdelanie môže pochopiť o čo ide. Znenie Veľkej Fermatovej vety nasleduje.

Veľká Fermatova veta*:* Rovnica $a^n + b^n = c^n$ nemá riešenie ak a, b a c sú nenulové celé čísla a n je prirodzené číslo väčšie ako 2.

Túto vetu sám Fermat (Pierre de Fermat, 1601-1665) nikdy nezverejnil. Až po jeho smrti, jeho syn Samuel našiel vo výtlačku Diofantovej Aritmetiky na okraji napísanú poznámku týkajúcu sa VFV:


OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

Čo voľne preložené znamená: "*Je nemožné napísať tretiu mocninu ako súčet dvoch tretích mocnín, štvrtú mocninu ako súčet dvoch štvrtých mocnín alebo, vo všeobecnosti, akékoľvek číslo, ktoré je mocninou vyššou ako druhou, napísať ako súčet dvoch takých istých mocnín. Mám skutočne pozoruhodný dôkaz tohto tvrdenia, avšak tento okraj je príliš úzky na to, aby sa sem zmestil.* Pretože sa Fermat nikdy viac o dôkaze nezmienil a navyše rozoslal ostatným matematikom ako výzvu prípady VFV pre $n = 3$ a $n = 4$, zdá sa byť nanajvýš pavdepodobné, že Fermat vedel, že jeho dôkaz je chybný.

Existuje niekoľko "zjednodušení" týkajúcich sa VFV. Stačí napríklad dokázať VFV pre prvočíselné mocniny. Ak by totiž pre nejaké zložené číslo $n = pm$, kde p je prvočíslo platilo $a^n + b^n = c^n$, potom by platilo aj $(a^m)^p + (b^m)^p = (c^m)^p$. Keďže pre $n = 2$ existuje dokonca nekonečné množstvo trojíc nenulových celých čísel $a,b,c,$ ktoré spĺňajú rovnosť $a^2+b^2=c^2$ (takzvané Pythagorejské trojice), dôkaz pre $n=4$ sa musí robiť zvlášť.

Špeciálne prípady

Fermat dokázal, že neexistujú nenulové celé čísla a,b,c spĺňajúce rovnosť $a^2+b^2=c^2$, také, že $\frac{ab}{2}$ je druhá mocnina celého čísla. Z predchádzajúceho ľahko vyplýva tvrdenie VFV pre $n=4$.

V roku 1753 napísal Euler (Leonhard, 1707-1783) Goldbachovi (Christian, 1690-1764), že našiel dôkaz VFV pre $n=3$. A hoci sa v jeho dôkaze našla chyba, myšlienky použité v iných Eulerových dôkazoch umožňujú túto chybu opraviť. Preto riešenie VFV v prípade $n=3$ je pripisované Eulerovi. Vo svojom dôkaze Euler použil rozšírenie okruhu celých čísel o koreň rovnice $x^2+3=0,$ čiže o komplexné číslo $\sqrt{-3}$.

V roku 1825 Dirichlet (Johann Peter Gustav Lejeune, 1805-1859) a Legendre (Adrien-Marie, 1752-1833) dokázali Veľkú Fermatovu pre $n=5.$ Ak $n=5,$ jedno z čísel a,b,c je párne a jedno je deliteľné 5. Dirichlet rozdelil tento prípad na dve časti:
1) číslo ktoré je deliteľné piatimi je aj párne
2) číslo deliteľné piatimi je rôzne od párneho čísla.
Dirichlet predstavil dôkaz prvej časti Parížskej akadémii v Júli 1825. Legendre, ktorý bol zvolený ako jeden z recenzentov, vypracoval dôkaz druhej časti, takže v septembri roku 1825 bol Parížskej akadémii predložený úplný dôkaz VFV pre $n=5.$ O dva mesiace neskôr našiel Dirichlet krajší dôkaz druhej časti, pričom tento dôkaz bol pokračovaním techník použitých pri dôkaze prvej časti.

V roku 1832 Dirichlet dokázal Veľkú Fermatovu vetu pre prípad $n=14.$ Pôvodne chcel síce dokázať prípad $n=7,$ ale podaril sa mu iba slabší výsledok. Prípad $n=7$ vyriešil až v roku 1839 Lamé (Gabriel, 1795-1870) pričom použil identitu:

$$(a+b+c)^7-\left(a^7+b^7+c^7\right)=7(a+b)(a+c)(b+c)\left\{\left(a^2+b^2+c^2+ab+ac+bc\right)^2+abc(a+b+c)\right\}.$$

Lamého dôkaz bol veľmi komplikovaný a ukázalo sa, že týmto spôsobom sa VFV zrejme pre väčšie čísla nebude dať dokázať.

Všeobecné prípady

Veľká Fermatova veta sa dá rozdeliť na dva prípady:
1) a,b a c sú nesúdeliteľné s n a
2) práve jedno z čísel a,b,c je súdeliteľné s n.
Ďalší veľký krok v riešení VFV urobila francúzska matematička Marie-Sophie Germain (1776-1831). Sophie Germain, okolo roku 1825, dokázala platnosť VFV v 1. prípade pre všetky prvočísla p, ktoré majú tú vlastnosť, že $2p+1$ je tiež prvočíslo (tzv. prvočísla Sophie Germain). Dokázala dokonca ešte viac:

Veta Sophie Germain: Nech n je nepárne prvočíslo. Ak existuje pomocné prvočíslo p s nasledujúcimi vlastnosťami:
i) $a^n+b^n+c^n\equiv 0 \bmod p$ implikuje, že $a\equiv 0 \bmod p$ (to znamená, že číslo a je deliteľom čísla p) alebo $b\equiv 0 \bmod p$ alebo $c\equiv 0 \bmod p$ a
ii) $a^n\equiv n \bmod p$ nie je možné pre žiadnu hodnotu a,
tak 1. prípad VFV je pravdivý pre každé n.

Pomocou tejto vety Sophie Germain dokázala 1. prípad VFV pre všetky nepárne prvočísla menšie ako 100. Následne Legendre (Adrien-Marie, 1752-1833) zovšeobecnil jej výsledok tým, že dokázal platnosť i) a ii) z vety Sophie Germain pre každé nepárne prvočíslo n, ak aspoň jedno z čísel $4n+1$, $8n+1$, $10n+1$, $14n+1$ alebo $16n+1$ je tiež prvočíslo. Využitím tohto výsledku dokázal Legendre platnosť 1. prípadu Veľkej Fermatovej vety pre všetky nepárne prvočísla < 197.

V roku 1849 Kummer (Ernst, 1810-1893) dokázal prvý prípad VFV pre všetky regulárne prvočísla a čísla ktoré vzniknú súčinom regulárnych prvočísel. (Poznamenávam, že regulárne prvočísla sú prvočísla s určitými špeciálnymi vlastnosťami; napríklad prvočísla 37, 59 a 67 sú jediné neregulárne prvočísla menšie ako 100).

Počas nasledujúcich vyše sto rokov sa podarilo dokázať iba niektoré čiastkové výsledky týkajúce sa VFV.

Koniec príbehu Veľkej Fermatovej vety sa začal v roku 1955 na medzinárodnej konferencii v Tokiu, kde Taniyama (Yutaka, 1927-1958) sformuloval niekoľko problémov týkajúcich sa vzťahu medzi eliptickými krivkami a modulárnymi formami. Okrem iného tam vyslovil hypotézu, že každá eliptická krivka je tiež modulárnou formou. Po Taniymovej tragickej smrti v roku 1958 pokračovali v práci na Taniyamovej hypotéze Shimura (Goro, 1930) a Weil (André, 1906-1998). Preto sa dnes táto hypotéza nazýva **Taniyama-Shimura-Weilova hypotéza**.

V roku 1983 Faltings (Gerd, 1954) dokázal Mordellovu (Louis Moel, 1888-1972) hypotézu.

Mordellova hypotéza: Pre každé $n > 2$ existuje najviac konečný počet navzájom nesúdeliteľných čísel a, b, c pre ktoré platí $a^n + b^n = c^n$.

Po dokázaní sa táto veta začala nazývať **Faltingova veta**. Konečným cieľom Faltingovej vety bolo ukázať, že pre každé $n > 2$ toto konečné číslo je 0. Ani toto sa však neukázalo byť tou správnou cestou k dôkazu VFV.

V roku 1984 Frey (Gerhard, 1950) tvrdil, že ak by rovnica $a^n + b^n = c^n$ pre $n > 2$ mala netriviálne riešenie, vedel by skonštruovať eliptickú krivku, ktorá by (azda) nebola modulárna. Túto hypotézu, ktorá je známa ako **Epsilon hypotéza,** dokázal v roku 1986 Ribet (Ken), preto sa v súčasnosti nazýva **Ribetova veta**. Avšak v súlade s Taniyama-Shimura-Weilovou hypotézou, každá eliptická krivka by mala byť modulárna.

Napokon, v roku 1993, anglický matematik Wiles (Andrew, 1953) na Cambridgskej Univerzite odprednášal tri prednášky s názvami *eliptické krivky , modulárne formy a Galoisove reprezentácie* (oblasť teórie grúp zaoberajúca sa vlastnosťami grúp). Na konci poslednej prednášky podal dôkaz semistabilného prípadu Taniyama-Shimura-Weilovej hypotézy. A hoci sa v jeho dôkaze našli chyby, počas roku 1994 ich (s pomocou Richarda Taylora) opravil. Z toho čo sme povedali v predchádzajúcej časti plynie, že riešenie Veľkej Fermatovej vety napokon vyplynulo z nasledujúcich dvoch viet:

Veta A: Ak existuje štvorica $(a, b, c; n)$ ktorá je riešením rovnice $a^n + b^n = c^n$, potom eliptická krivka definovaná rovnicou $y^2 = x(x - a^n)(x + b^n)$ je semistabilná ale nie modulárna (dokázal v r. 1986 Ken Ribet).

Veta B – Špeciálny prípad Taniyama-Shimura-Weilovej hypotézy: Každá semistabilná eliptická krivka s racionálnymi koeficientami je modulárna (dokázal v r. 1994 Andrew Wiles a Richard Taylor).

Takto, po viac ako 350 rokoch, bola Veľká Fermatova veta konečne dokázaná použitím matematického aparátu, o akom sa Fermatovi a jeho súčasníkom ani nezdalo. Pre názornú predstavu o náročnosti úvah okolo dôkazu VFV, uvedieme definície ústredných pojmov spomenutých v predchádzajúcich dvoch vetách.

Eliptická krivka v skutočnosti nie je krivka. **Eliptická krivka** E je definovaná ako množina riešení (x, y) rovnice $E: y^2 = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ pričom koeficienty A, B, C, D sa obyčajne berú z $\boldsymbol{Q}$, a o E uvažujeme ako o množine riešení napríklad v $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{R}$ alebo $\boldsymbol{C}$. Inými slovami, eliptická krivka je kubická krivka, ktorej množina riešení leží na ploche homeomorfnej s tórusom.

Grupa Γ (takzvaná **modulárna grupa**) pozostáva z lineárnych lomených transformácií komplexnej roviny tvaru $g(z)=\dfrac{az+b}{cz+d}$, pričom a,b,c,d sú celé čísla spĺňajúce podmienku $ad-bc=1$. Grupa Γ má akciu ako grupa transformácií na hornej komplexnej polrovine $H=\{z|\mathrm{Im}(z)>0\}$, čiže keď $\gamma\in\Gamma$ a $z\in H$, potom $\gamma(z)\in H$. Funkcia $f(z)$ definovaná na H sa nazýva **modulárna funkcia** s **váhou** k, ak $f\left(\dfrac{az+b}{cz+b}\right)=(cz+d)^k\cdot f(z)$ pre všetky transformácie z grupy Γ, nejaké celé číslo $k\geq 0$ a $z\in H$.

Výsledky a záver

V tomto krátkom príspevku sme stručným spôsobom zhrnuli históriu dôkazu Veľkej Fermatovej vety. Taktiež sme poukázali na to, že aj taká slávna veta ako je Fermatova, bola iba dôsledkom oveľa silnejšieho výsledku z oblasti matematiky (napr. dôsledky vety Sophie Germain, viet A, B, a podobne). Práca tiež poukazuje na skutočnosť, že niektoré matematické problémy sa dajú riešiť iba ak sa zapojí do procesu riešenia obrovský aparát viacerých naoko vôbec nesúvisiacich matematických disciplín.

Literatúra

[1]. http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/math678.html
[2]. http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Fermat's_last_theorem.html
[3]. http://www.math.uga.edu/~schang/math/fermat.pdf
[4]. http://www.mbay.net/~cgd/flt/fltmain.htm
[5]. http://fermat.workjoke.com/
[6]. http://en2.wikipedia.org/wiki/Fermat%27s_last_theorem
[7]. http://mathworld.wolfram.com/FermatsLastTheorem.html
[8]. http://www.research.att.com/~njas/sequences/Seis.html
[9]. http://www.agnesscott.edu/lriddle/women/germain-FLT/SGandFLT.htm
[10]. http://www.ams.org/notices/199507/faltings.pdf
[11]. http://www.bath.ac.uk/~ns1cc/fermats.html
[12]. SIMON SINGH, Velká Fermatova věta, Academia, Praha, 2002, 2. vydanie

Summary

THE HISTORY OF THE PROOF OF FLT (FERMAT'S LAST THEOREM)

In this article we briefly described the history of the proof of Fermat's Last Theorem. We pointed out that even such a famous theorem as FLT is just a corollary of a stronger results (for instance the theorem of Sophie Germain, theorems A, B, and so on). We showed that some problems are only solvable using tools from various fields of mathematics.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.57 –60.

KU VZDELÁVACÍM I VÝCHOVNÝM KOREŇOM ŠKOLSKEJ MATEMATIKY

DUŠAN JEDINÁK

Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity,
Priemyselná 4, P.O.BOX 9, 918 43 TRNAVA
e-mail: djedinak@truni.sk

Abstract: JEDINÁK, D.: To Teaching and Educational Roots of School Mathematics. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 57 – 60.
Impulses for profound interest of more effective teaching mathematics of our schools.
Key words: teaching of mathematics, motivation.

Úvod

Každý učiteľ matematiky má pred sebou otázku, či chápe a uskutočňuje vyučovanie matematiky ako svedectvo o význame a zmysle matematickej kultúry v myslení a konaní ľudských bytostí.

Chrám intelektu

Matematika ako odraz vzrušujúcej harmónie prírody v ľudskej mysli sa nevyhnutne a organicky podieľa na formovaní nielen špeciálnej vedomostnej úrovne, ale môže svojím obsahom i vyučovacími metódami a formami, ruka v ruke s rozširovaním matematických vedomostí a zručností, s odkrývaním matematickej kultúry, aj mnohostranne výchovne pôsobiť, utvárať nielen intelekt, ale aj rozvíjať morálno-vôľové vlastnosti a svetonázorové postoje. Spôsob myslenia je základnou kategóriou a charakteristikou ľudskej bytosti. Hlboký, všestranný a predvídavý spôsob uvažovania smeruje k tajomstvám múdrosti. Správne myslieť znamená pochopiť, úplne argumentovať, dokazovať, presvedčovať. Matematika ako škola úsudkov, dôkazov a logickej argumentácie prispieva k rozvoju pozorovacích schopností, pamäti, predstavivosti, vnímavosti aj pre nematematické súvislosti. Logické chápanie vzťahov, neformálne porozumenie symbolov, pojmov, definícií, viet rozvíja dialektické myslenie a pomáha pri budovaní základov zmysluplného poznania.

Sústredeným zodpovedným myslením človek lepšie využíva možnosti svojho rozumu. Znásobuje svoje osobné schopnosti, prispieva k rozvoju spoločenstva. Samostatné myslenie môžeme chápať ako vnútorný príkaz, spoločenskú povinnosť. Veľmi pekne to vyjadril nositeľ Nobelovej ceny P. L. Kapica: "*Cieľom vzdelania nie je len poskytovať človeku všestranné znalosti potrebné k tomu, aby sa stal plnohodnotným občanom, ale tiež v rozvíjaní samostatnosti myslenia, nevyhnutnej pre rozvoj tvorivého chápania sveta, ktorý človeka obklopuje*." Zmysel pre matematický spôsob argumentácie je veľmi potrebnou súčasťou rozvoja vedy a techniky, účinným nástrojom pre využívanie prírodných zákonov i hospodárne riadenie spoločnosti. "*Matematika je učiteľkou presného a poctivého myslenia a vedie k triezvemu, ale pravdivému životu*" (B. Bydžovský).

Prameňom je príroda a slobodné premýšľanie

Všetko čo je okolo nás, čo nachádzame v prírode, čo vytvárame ľudskými rukami, sa skladá z častí, má nejakú štruktúru. Ak prvky majú vlastnosti a medzi prvkami existujú vzťahy i pravidlá pre skladanie, môžeme takýto systém študovať pomocou matematiky. Vzrušujúca harmónia prírody prebúdza v nás cit, ktorý nazývame matematikou. Matematika je výsledkom myšlienkového procesu, pri ktorom sú reálne procesy nahradené myslenými matematickými modelmi. Matematiku môžeme chápať ako také bádanie, ktoré pomocou určitých stanovených pravidiel odvodzuje závery z definovaných pojmov a prijatých princípov. Matematika sa snaží odhaliť skryté súvislosti a logicky ich usporiadať. Z matematiky sa vytvoril systém neustále sa rozvíjajúceho organizovaného myslenia, argumentácie a praktického využitia. Matematika sa stala jednou z metód poznania sveta, v ktorom žijeme.

Matematika vznikla z potrieb ľudí, z merania zeme, určovania objemov nádob, z počítania času, zo sporov a hádok, čo sa v budúcnosti stane. Prvé matematické vedomosti boli potrebné pri poľnohospodárskych prácach, pri stavbe obydlí, pri lovení, v zápase s prírodnými podmienkami. Človek, ktorý triedil a pamätal si skúsenosti, vybadal príčinnosť, snažil sa vysvetliť podmienky a následky javov. Idealizoval predstavy, vytváral abstraktné pojmy, pripravil si symboly. Začal zovšeobecňovať, pýtať sa na argumenty, odvodzovať. Prišiel na metódu dôkazov, začal skúmať svoju reč, spôsob vyjadrovania faktov a ich zdôvodnení. Z matematiky sa stal nástroj ľudského ducha pre správne a presné myslenie.

Už koncom 5. storočia pred n. l. Filolaos z Krotonu vytušil: "*Číslo je vodcom a pánom ľudského myslenia. Bez jeho sily by všetko zostalo tajuplným a nejasným*." V časoch Pytagora zo Samu (asi 570 až 496 pred n. l.) chápali slovo "mathema" ako pozorovanie, znalosť, spoľahlivé poznanie niečoho. Pojem "techné" bol vyhradený pre umenie, zručnosť. Veľmi názorné je chápanie slova "matema, matano" v zmysle "učím sa premýšľaním". Neskôr sa slovo matematika používalo pre učenie, vedenie, náuku vôbec; bolo aj označením druhu filozofie, spôsobu uvažovania. Z vyriešenia rôznych problémov zostávajú účinné spôsoby, metódy. Ak odhaľujeme a zhŕňame všeobecné univerzálne myšlienkové metódy a idey, tak robíme matematiku.

Podnety z histórie

Dejiny matematiky predstavujú neudržateľnú silu vývoja ľudských myšlienok. Tisíce matematikov súčasnosti predkladá ročne desaťtisíce matematických viet aj s dôkazmi. Zmocňujú sa zákonitostí sveta bez ohňa i bez meča. Zvlášť v období informatizácie vzrástla spoločenská potreba poznať pravidlá, algoritmy. Celé tisícročia ukladala matematika svoje výpočtové postupy do štruktúry svojich teórií. Je vecou ľudskej cti a zodpovednosti ich rozumne používať.

Matematika ako veda o číslach, priestore a funkciách sa prerodila na univerzálny jazyk vhodný pre jednoduché i veľmi všeobecné vyjadrovanie. Matematika vyrástla do vnútornej krásy i všeobecného úžitku. Došlo k matematizácii celého vedeckého poznania. Ukázalo sa, že matematika je nevyhnutná vo vede i v technike, pomáha napr. aj v hudbe, architektúre, ekonómii, sociológii i v športe. Ťažko sa hľadá odbor ľudskej činnosti, kde by nemohla zasiahnuť. Neustále sa presviedčame, že matematika je až nepochopiteľne praktická. Známy a úspešný fyzik Niels Bohr naznačil: "*Matematika sa podobá určitému druhu spoločného jazyka, uspôsobenému na vyjadrovanie vzťahov, ktoré buď nie je možné alebo je zložité objasňovať slovami."*

Impulzy pre štúdium

Pri štúdiu matematiky sa vytvárajú, rozvíjajú a upevňujú aj kladné charakterové, vôľové a morálne vlastnosti: svedomitosť, presnosť, sústavnosť, dôkladnosť, sebakritickosť, zodpovednosť, iniciatívnosť, vytrvalosť, húževnatosť. Matematika sa neznáša s povrchnosťou a nesystematickosťou. Krása logickej výstavby, hlboká nadväznosť a prehľadnosť postupov zanecháva pri štúdiu matematiky až umelecké zážitky. Matematici sa až prekvapivo často zhodujú aj v estetických hodnotách svojich postupov. Chápu svoju intelektuálnu schopnosť ako umelecký prejav. Ruský matematik P. S. Alexandrov o tom napísal: "*Každá vedecká tvorivá činnosť, vrátane matematickej, je spätá s estetickým citom. V matematike je poznávacie kritérium späté s nadšením nad náhle objavenou krásou konečne poznaných zákonitostí."*

Radosť z poznania matematických štruktúr je možno najkrajší dar prírody pre ľudský intelekt. Matematika je oblasťou, v ktorej môže každý sám prežívať objavy bez toho, aby cestoval do iných krajín alebo k iným planétam. Bez veľkých nákladov na technické prostriedky, často len s ceruzkou a papierom, si môžete preveriť svoje sily a schopnosti logicky uvažovať a tvorivo myslieť. Matematika ako účinný spôsob uvažovania vám umožní uspokojiť ľudskú túžbu odhaľovať neznáme.

Dotyky so súčasnosťou

To, čo matematika v súčasnosti skúma, sa nedá jednoznačne vyjadriť. Neexistuje úplná vedecká definícia matematiky. Predmetom matematiky sa môže stať čokoľvek. Podstatou matematiky sú princípy ľudského myslenia upravené do logického systému. Matematická kultúra sa stala metódou, dômyselným nástrojom ľudského umu, ktorý používa človek pre správne a presné myslenie. Matematika ako impozantná stavba ľudského ducha a pyramída myšlienok poskytuje rozumu široký priestor pre rozlet logických úvah, cesty intuície až k tajomstvám nekonečna.

Matematika ako systém teórií a metód, mohutne a presvedčivo sa uplatňujúcich vo vede, hospodárstve i riadení, zanecháva svojimi špecifickými formami pri štúdiu i vyučovaní aj účinné výchovné svedectvá. Dosahujú sa v dlhodobom sústavnom procese matematického vzdelávania. Aj tu platí, že učiť možno slovami, vychovávať iba príkladom. Nielen pre výchovu matematikou platia slová L. N. Tolstoja: "*Veda je veda a nič výchovného v sebe nemá. Výchovný prvok je vo vyučovaní vedám, v učiteľovej láske k svojej vede, v jeho láskyplnom výklade a v pomere učiteľa k žiakovi. Ak chceš žiakov vychovať vedou, miluj ju, znej ňou a žiaci si potom zamilujú teba i vedu a ty ich vychováš.*" Vyučovaním matematiky vychovávame a sme vychovávaní nielen pre dôslednejšie tvorivé myslenie a zmysluplnú argumentáciu, ale aj pre aktívnejší a zmysluplnejší ľudský život.

Vyučovanie školskej matematiky

Učiteľ matematiky má v prostredí školy vystupovať ako trpezlivý zdôrazňovateľ trvalých hodnôt matematickej kultúry, ako strojca znovuobjavovania základných matematických (no nielen takých) vzťahov i nečakaných súvislostí. On má pripravovať, vytvárať a prehlbovať komunikačný most medzi matematickým obsahom idealizovanej skutočnosti a študentom vytvárajúcim si ďalšie myšlienkové štruktúry. „*Už na elementárnej úrovni by mali matematiku vyučovať ľudia, ktorí rozumejú jej povahe a zmyslu*“ (P. Hilton). Účinné didaktické paradigmy i hodnotové postoje učiteľa môžu správnym smerom orientovať krehké študentské úsilie. Zodpovedný učiteľ a jemu blízky študent sú nenahraditeľnou usporiadanou dvojicou aj pre výchovno-vzdelávacie úspechy školskej matematiky.

Záver

Aj vyučovanie matematiky je podmienené psychikou žiakov a kvalitou osobností ich učiteľov. Pedagogické majstrovstvo je v tom, aby učiteľ skĺbil schopnosti a predpoklady žiaka s charakteristickými požiadavkami učebného predmetu, zvýraznil myslenie v súlade s typickými zásadami vedného odboru. Korene zušľachťovania ľudského myslenia matematikou sú preukázateľne dlhodobé, trvalo ponorené v ľudskej psychike a rozvíjané intelektuálnym úsilím nielen výnimočne nadaných jednotlivcov , ale aj dlhodobou spoluprácou civilizovaného ľudského spoločenstva.

Literatúra

[1]. FREUDENTHAL, H.: *Mathematik als pädagogische Aufgabe.* Stuttgart, Klett 1977.

[2]. HEJNÝ, M. – KUŘINA, F.: *Dítě, škola a matematika.* Praha, Portál 2001.

[3]. JEDINÁK, D.: *K otázke motivácie a popularizácie pri vyučovaní matematiky.* Bratislava, SPN 1979.

[4]. JEDINÁK, D.: *Matematika ako prostriedok výchovy charakteru.* Matematika-Informatika-Fyzika roč.1 (1992) č.2, s.34-38.

[5]. JEDINÁK, D.: *Motív pre štúdium matematiky.* Rozhledy matematicko-fyzikální, roč. 59(1980/81), č.8, s.376-378.

[6]. OPAVA, Z.: *Matematika kolem nás.* Praha, Albatros 1989.

[7]. VOPĚNKA, P.: *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci.* Praha, Práh 2000.

[8]. WHITEHEAD, A.N.: *Matematika a dobro a jiné eseje.* Praha, Mladá fronta 1970.

Summary

TO TEACHING AND EDUCATIONAL ROOTS OF SCHOOL MATHEMATICS

School mathematics offers permanent foudation of intellect development and it is also a facility of considerate educational activity.

INFORMATIKA

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.62 –65.

NOVÁ ROLE IS / ICT V EKONOMII A VZDĚLÁVÁNÍ

VLASTA RABE

Katedra fyziky a informatiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Hradec Králové,
Víta Nejedlého 573, Hradec Králové, 500 03
vlasta.rabe@uhk.cz

Abstract: RABE, V.: New role of information technologies in the economics and education Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 62 – 65.

This study presents the importance and responsible position of information technologies in the new economy. The study implicates necessity of connection of the information strategy with business goals and of the planning return of investment in ICT already in scheduling phase. As companies put business processes at the center of their business-technology initiatives, the role of the CIO and the organization he or she governs will change.

In the second part of this article is emphasized the importance of the information society as a key to future economic growth, competitiveness, jobs creation and improved quality of life for all people. For students, the objective is to open up access to the Internet for all education and research communities. This will allow more effective cooperation and interactive research between different universities and laboratories in Europe, to the benefit of research and training.

Key words: IS – information system, ICT – information and communication technologies, IT – strategy – information strategy

Změna postavení útvarů ICT v organizacích

Zásadní změna paradigmatu role informačních systémů a technologií v podnicích spočívá v **sílícím propojení IT-strategie s podnikovými cíli**. Okolo 73 procent podniků vidí úspěch informačních manažerů právě v jejich vlivu na celkové fungování podniku.

Důležitou roli v tomto procesu hraje vytvoření vhodného modelu řízení podnikové informatiky. Studie před r. 2000 dokumentuje řešení směrem k celkové decentralizaci – dnes se však opět přikláníme k centralizaci plánování podnikové informatiky a informačních zdrojů, přičemž decentralizace kompetencí je vhodná pro pružné a účelné využití těchto zdrojů k získání konkurenční výhody.

Dříve nebyly často všechny potřeby uživatelů splněny, avšak nyní existují ustálená pravidla, pomocí kterých organizační jednotky a útvary ICT hledají společná řešení. Útvary ICT udávají tempo modernizace a přeměny podnikových procesů a přebírají vedoucí roli při nasazování nových technologií.

Rozsáhlé projekty musí být plánovány a vedeny společně – za účasti vrcholového managementu firem i útvarů ICT. V tom není rozdílu mezi malými a velkými podniky, ale ukazuje se, že IT manažeři musí stále více rozumět podnikovým procesům, aby bylo možné úspěšně podporovat klíčové procesy pomocí informačních systémů a technologií.

Studie provedená před r. 2000 ale naznačuje, že budování IT-strategie ve spolupráci s podnikovými procesy nebylo nijak jednoduché. S tendencemi k vyšší decentralizaci podnikatelských jednotek docházelo často k problémům s centralizovaným rozpočtem určeným na ICT. Např. v Německu byly nové projekty jen z poloviny financovány z rozpočtu útvarů IT, ve Velké Británii kontrolovaly tyto útvary rozpočet na IT projekty jen ze 44 %, v USA dokonce jen ze 36 %.

Také ochota IT-pracovníků podílet se na centralizovaném řízení podnikové informatiky v té době poklesla – např. v Německu bylo pro decentalizaci 21 %, avšak zajímavé je to, že 58 % těchto pracovníků zůstala zaměstnána v centrálně řízené organizaci.

Rozdělení výdajů na ICT ale neznamená oslabení vlivu IT-útvarů. Tento vliv naopak zesiluje tím více, jak roste význam informačních technologií v jednotlivých odvětvích podniku. Vedoucí pracovníci těchto organizačních jednotek se podílejí na zavedení IS / ICT, takže jejich názory jsou více brány v úvahu. A zatímco zodpovědnost za technologie leží na bedrech IT-útvarů, přesouvá se finanční zodpovědnost do těch odvětví podniku, které z řešení IS / ICT profitují.

Rozhodovací proces

Komplikovaná situace je zřetelná zvláště při vytváření přesné analýzy před nasazením IS / ICT v podniku. Tam zodpovědnost za globální strategii a rozpočet má vrcholový management, avšak v 86 procentech podniků navrhoval IT řešení útvar pro informatiku. Nyní se zvyšuje orientace ICT na podporu business procesů – definice cílů a celkový koncept řešení IT je úkolem specialistů, ale jednotlivé produkty a služby určují IT-útvary. Při tvorbě informační strategie je podstatná aktivní účast vrcholového managementu.
Spolupráce IT specialistů a managementu firem má za následek lepší pochopení potřeb firem a je předpokladem úspěchu. Přitom 73 % podnikatelů je přesvědčeno, že se tato spolupráce ještě zlepšuje.

Společné cíle

Nová studie z r. 2002 ukazuje, že na úplném vrcholu výčtu společných cílů top managementu a IT specialistů stojí **zlepšení služeb pro zákazníky** (76 %) a **optimalizace business procesů** (75 %). Ve výčtu pak následují zlepšení finanční situace, snižování nákladů, lepší pochopení potřeb zákazníků a optimalizace dodavatelských řetězců. Je tedy zřetelné, že čtyři z pěti podstatných cílů jsou svázány s rozvojem firem, zatímco dříve byli IT specialisté orientováni na nástroje pro řešení interních úkolů IT-útvarů.
Rozhodující kritéria při výběru řešení IS / ICT v podnicích jsou **spolehlivost IT** (88 %), **kvalita aplikací** (78 %) a uživatelská přívětivost systémů (77 %). Podle studie z r. 2002 se zvyšuje důraz právě na kvalitu těchto řešení, neboť funkčnost aplikací je považována za samozřejmost.
I z internacionálního hlediska jsou podnikové a technické aspekty obdobné, až na malé lokální rozdíly. Tedy na prvním místě stojí optimalizace služeb pro zákazníky a následuje optimalizace podnikových procesů, z technologického hlediska je hlavním kritériem spolehlivost systémů a kvalita aplikací.

Pochopení potřeb a cílů podniku

Nová role IS / ICT klade nové požadavky i na jejich dodavatele. Pochopení potřeb zákazníků je často důležitější, než technické aspekty produktů. Důležitou úlohu hraje kompatibilita, spolehlivost, kvalita služeb a cena.
Jak již bylo naznačeno, hlavním rozdílem oproti dřívějšku není technická kvalita IT řešení – není tedy kritériem konkurenceschopnosti, a stává se samozřejmostí. Důležitým kritériem je škálovatelnost architektur. To umožňuje podnikům nasazení řešení na míru a eliminuje zbytečné náklady na nevyužívané technologie.

Nový profil IT manažera

Změna vztahů top managerů a IT managementu má za následek nutnost komplexnějšího vzdělání těchto vedoucích pracovníků. Lze odhadnout, že 40 procent má dnes technické vzdělání, 29 procent ekonomické. Stále více je zřejmé, že kombinace těchto oborů je pro IT manažery ideální. Přesto ale jen malá část z nich si doplňuje druhou kvalifikaci.

Přestože spolupráce vedoucích pracovníků podniků a IT manažerů se stále zlepšuje, jak vyplynulo ze studie před r. 2000, nedávali IT specialisté nejlepší hodnocení školám a univerzitám co se týká jejich přípravy na budoucí povolání (většina hodnotila vzdělání v oboru známkou 2,79 až 3,12 v pětibodové škále) .

Nyní se situace zlepšuje i v této oblasti v důsledku většího změření škol na potřeby trhu práce, možnosti využívání moderních technologií a v neposlední řadě možnosti celoživotního vzdělávání.

Pozice procesu vzdělávání v nové ekonomice

Nová ekonomika oproti dřívějšku výrazně **posiluje vzdělávání jako součást pracovního procesu**. To platí v případě vědeckého pracovníka, programátora či softwarového vývojáře, manažera odpovědného za podnikové plánování, konzultanta nebo poradce, podnikatele, který zakládá novou firmu a rozbíhá podnikání, nebo třeba odborného asistenta na vysoké škole. Práce a vzdělávání se dnes již pro velkou část pracujících do značné míry překrývají, stávají se vzájemně neoddělitelnými.

V nové ekonomice se vzdělání stává celoživotní výzvou. V průběhu svého života můžeme totiž téměř s jistotou očekávat zásadní změnu znalostí báze oboru, což např. v informatice platí dvojnásob.

Vzdělávání již není jen výsadou škol a univerzit. V nové ekonomice je vzdělávání nedílnou součástí každodenní ekonomické aktivity i života. Odpovědnost za svoji vlastní efektivitu a za svoje vlastní vzdělávání mají tedy jak podniky, tak i jednotlivci. Podnik, který má skutečně dobře obstát v konkurenci, se do jisté míry musí stát školou.

Pod velice silným tlakem na podnikatelské prostředí byla řada firem přinucena k jasné, byť jen částečné reakci na výzvu vzdělávání. Některé oficiální vzdělávací instituce reagují na skutečné potřeby dosti pomalu. Mnohé z těchto vzdělávacích institucí se snaží rychle provádět zásadní změny, ve skutečnosti se však děsí nových technologií a díky nedostatku konkurence a neustálému vyučování tradičních poznatků v podstatě přešlapují na místě.

Naše univerzita reagovala na nové výzvy v podnikatelském prostředí velmi rychle, jednak vytvořením nových vzdělávacích programů (např. fyzikálně-technická měření, výpočetní technika jako bakalářský studijní program), pořádáním odborných seminářů (PdF - mezinár.seminář o využití IT ve výuce chemie, vyhledávání nových talentů – kat. fyziky, FIM – mezinár. letní škola zaměřená na ICT) apod.

Při výuce využíváme nové technologie, vytváříme multimediální aplikace, přednášky formou prezentací v PowerPointu jsou samozřejmostí.

V rámci grantů pracujeme na tvorbě E-learningových aplikací, které se stanou vhodným doplňkem běžných forem vzdělávání.

Rovněž zavádíme nové metody, např. angličtina pro informatiky je vyučována metodou CLIL (Content and Language Integrated Learning) a jde tu o integraci jazykové a odborné výuky nejazykových oborů. Tento typ výuky je inovací, která mění způsoby, jimiž se studenti seznamují s učivem, a který urychluje získávání základních komunikačních dovedností pro jejich budoucí pracovní zařazení.

Na pedagogické fakultě se snažíme připravit studenty jednak na jejich budoucí pedagogickou praxi, ale současně i na nové trendy v současném podnikatelském prostředí (konkrétně v případě studentů informatiky srovnatelně s výukou na Fakultě informatiky a managementu).

Jsme přesvědčeni, že prohlubující se spolupráce mezi univerzitami povede k inovacím ve výuce a vzniku nových projektů, které pomohou zkvalitnit proces přípravy studentů na jejich budoucí povolání.

Literatura

[1]. I Week: Business & IT: IT-Budget Studie: Kein Grund zur Entwarnung; (studie z r. 1998-2000)

[2]. I Week: IT- Management: CIO 2000: Die Impulsgeber mit ihren mausgrauen Kisten www.cmp-weka.de

[3]. RABE, V.: Úloha informačního systému ve strategickém rozvoji podniku (vlastní studie – součást disertační práce, VŠE Praha, 2002)

Summary

NEW ROLE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN THE ECONOMICS AND EDUCATION

New information and telecommunication technologies set the basis for the development of new products, services and applications. This paper emphasized the importance of the information society as a key to future economic growth, competitiveness, jobs creation and improved quality of life for all people. New applications and more content are essential to ensure that information society benefits all.

This study implicates necessity of connection of the information strategy with business goals. As companies put business processes at the center of their business-technology initiatives, the role of the CIO and the organization he or she governs will change. Technology leaders need to pair more closely with experts in business disciplines, break down business and computing silos to create collaborative environments, and groom leaders who aren't afraid to take organizations down new paths.

For students, the objective is to open up access to the Internet for all education and research communities.This will allow more effective cooperation and interactive research between different universities and laboratories in Europe, to the benefit of research and training. One of the EU objectives is to make sure that Europe's business, governments and citizens continue to play a leading role in shaping and participating in the global knowledge and information based economy.

To achieve this, the following methods are employed:

- stimulating research into the development and deployment of new information and communication technologies
- establishing and maintaining a framework of regulation and standards designed to generate competition
- stimulating the development of applications and content while supporting initiatives that encourage and enable

all European citizens to benefit from, and participate in the information society

Information literacy must be turned into one of the basic skills of all young citizens. The Internet and multimedia resources must be introduced in schools and education must be adapted to the digital age.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.66 –71.

DILLEO-VIACJAZYČNÁ Z INTERNETU DOSTUPNÁ KNIŽNICA DIGITÁLNYCH VZDELÁVACÍCH OBJEKTOV

MILAN TURČÁNI

Katedra informatiky, fakulta prírodných vied, Univerzita Konštantína Filozofa,
Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra
e-mail: mturcani@ukf.sk

Abstract: TURČÁNI, M.: DILLEO- A MULTILINGUAL LIBRARY OF EDUCATIONAL DIGITAL OBJECTS ACCESSIBLE FROM INTERNET. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 66 – 71.

The article describes a digital library system presented in Socrates–Minerva, a frame research project, at the faculty of Computer Science and Management at the University of Hradec Králové. The product is a result of a certain project solution. The digital library was developed in order to provide a communication between students and teachers as well as a fast way to search literary sources for study. Internet and its services provide an easy way to search and access literature.

Key words: Internet, Digital library, metadata, digital information object, educational object

Úvod

Vzdelávanie a celá vzdelávacia sústava je úzko prepojená s najnovšími technológiami. Je to historicky dané z dôvodu vysokej koncentrácie silne tvoriacich a skúmajúcich pracovníkov našich univerzitných pracovísk. Pre rýchlejšie napredovanie v oblasti získavania vedomostí, ale aj vedecko výskumnej činnosti je potrebné zvládnuť najnovšie technológie akými sú výpočtová technika a ich prepojenie v rámci počítačových sietí za účelom mnohostrannej komunikácie. Industriálna spoločnosť sa mení na „Informačnú spoločnosť". V takejto spoločnosti je najdôležitejšia informácia, jej vierohodnosť a rýchlosť s akou je schopná meniť svoje miesto. Práve recenzovaná časť projektu E-Dilema je jedným z perspektívnych riešení putovania informácie od miesta zdroja k jeho adresátovi. Na úrovni univerzity je to pohyb medzi pedagógom a študujúcim a neskôr aplikátorom v praktickom živote. Dištančné vzdelávanie je nielen štúdium na diaľku, ale hlavne možnosť získať informácie a vzdelávať sa oveľa slobodnejšie a samostatnejšie.

Popis a využitie digitálnej knižnice-DILLEO

Cieľom recenzie bola časť projektu E-Dilema (Socrates Project N^o 90683-CP-1-2001-1-MINERVA-M) s označením DILLEO. Je to aktívna súčasť elektronického vzdelávania, kde zhromažďovanie informácie v akejkoľvek forme je utriedené a poskytnuté záujemcovi v reálnom čase.

Cieľom projektu Dilleo je vytvorenie viacjazyčnej knižnice, v ktorej sú sústredené elektronické vzdelávacie objekty so zameraním na ekonomické odbory. Je to virtuálne projektovaná digitálna knižnica . Usporiadanie elektronických objektov je podobné ako v prípade klasickej knižnice. Výhodou je fulltextové vyhľadávanie podľa najrôznejších kritérií.

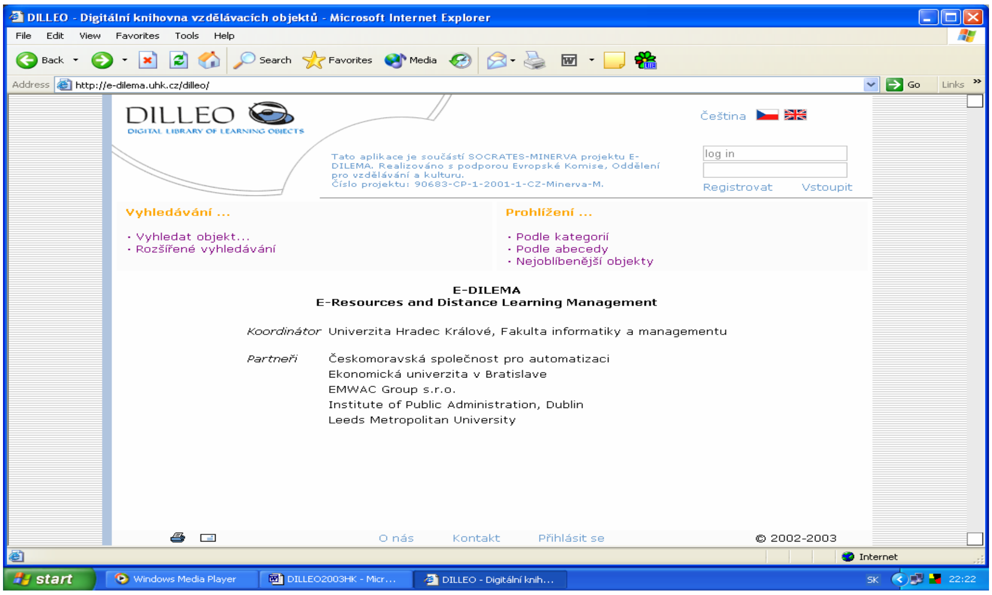
Dôležitým aspektom pri návrhu a realizácii projektu bolo okrem presného zavedenia pojmov, komu je knižnica určená, kto je používateľ a aké miesto majú pridelené knihovník a administrátor. Knižnica je zdrojom elektronických objektov ako sú napr.: text, zvuk, grafika, animácia, video, program...každý vzdelávací objekt musí byť správne zatriedený podľa stanovených kritérií.

Používatelia vyhľadávajú a prezerajú jednotlivé objekty podľa ich typu a/alebo pedagogickej kategórie.
Pre potreby používateľa knižnica poskytuje pre každý objekt nasledovné možnosti: prehliadanie objektov, tlač objektov v prípade jeho umožnenia (vhodná forma napr. textový súbor typu doc. alebo pdf), možnosť stiahnutia objektu na vlastné pamäťové médium. V prípade inej formy alebo neumožnenia stiahnutia je tento objekt k dispozícii priamo v knižnici.
Vytvorený softvérový produkt poskytuje štatistické údaje, dôležité pre administráciu, ale aj rozvoj knižnice. Sú v ňom evidované údaje ako: počet prístupov do knižnice, početnosť prístupov k jednotlivým objektom, záujem o stiahnutie jednotlivých objektov. Na *Obr.1.* je úvodná stránka systému DILLEO.

Obr.1. Úvodná stránka systému DILLEO

Produkt je využívaný na štyroch úrovniach práce. Najnižšími úrovňami sú neregistrovaný a registrovaný používateľ. Pre tieto úrovne je zvolený režim prehľadávania verejných dokumentov a po registrácii aj neverejných objektov. Registrácia umožňuje používateľovi okrem základných činností aj zasielať objekty na zaradenie do knižnice. Vyššie práva registrovaného používateľa má knihovník. Sú to hlavne práva z oblasti triedenia a hodnotenia prijímaných objektov. Knihovník má práva na odstraňovanie, príp. editovanie prehľadávaných objektov knižnice. Najvyššie práva má pridelené systémový administrátor, ktorý okrem prideľovania práv a registrácie používateľov je zodpovedný za správu definovaných jazykov v ktorých aplikácia komunikuje a za správu aplikačného loga.
Pri hodnotení funkčnosti produktu a následne po preštudovaní technického projektu v návrhovej podobe sme vychádzali z jednotlivých úrovní používateľských prístupov.
V úrovni neregistrovaného používateľa sa objavila úvodná stránka produktu s logom a jednotlivými položkami. Pri prehľadávaní bez registrácie sa používateľ dostáva do úrovne jednoduchého vyhľadávania objektov , kde po zadaní kľúčového slova sa zobrazí hľadaný objekt. Táto časť je plne funkčná a ponúka rýchle vyhľadávanie bez registrácie. V prípade potreby rozšíreného vyhľadávania t.j. okrem textu aj zadaním autora je možné plné fulltextové prezeranie a nastavenie ďalších volieb ako sú: výber jazyka (možnosť výberu z českého alebo anglického jazyka), určiť veľkosť vyhľadávaného objektu, typ súboru, pedagogický formát. Pre používateľa hlavne z radov pedagogických pracovníkov a študentov majú veľký význam vyhľadávania podľa typu súboru, ktorý obsahuje položky ako: nešpecifikovaný, textový, HTML, pdf/postscript, Word/doc, rtf/,

prezentácia, tabuľka/xls/, komprimovaný archív, obrázok, aplikácia, zvukový súbor a iný. Z hľadiska aktuálneho prepojenia s činnosťou používateľov má veľký význam práve vyhľadávanie podľa pedagogického formátu: nešpecifikovaný, článok, test/písomka, prezentácia, kniha/e-kniha, bakalárska/diplomová práca, iné. Na tejto úrovni je možná voľba vyhľadávanie. Vymazanie nie je funkčné.



Obr.2. Stránka s právami neregistrovaného používateľa

Úvodné menu ponúka možnosť zaregistrovania sa alebo vstupu na základe prideleného konta s heslom. Na tejto úrovni sa používateľ môže dostať aj do úrovne vymazávania, ktoré je však neaktívne. Pri rozšírenom vyhľadávaní je možné prezerať objekt na úroveň informácií o objekte ale pri otváraní objektu sa vypíše správa o nedostatočných právach pre otvorenie objektu. Na *Obr.2.* je zobrazená stránka s právami neregistrovaného používateľa.

Druhou voľbou je prezeranie objektov. Prvá podvoľba umožnuje prezeranie podľa kategórií. Táto voľba sa aktivuje a zobrazí sa menu prezerania podľa obsahu a názvu jednotlivých sekcií a podsekcií. Vzhľadom na to, že databáza nie je naplnená objektami pre všetky sekcie a podsekcie nebolo možné prezerať na úrovni registrovaného používateľa všetky ponúkané sekcie a podsekcie. V prípade naplnenia bola fukčnosť bezproblémová.

Ďalšou z poskytovaných práv je úroveň „Knihovník“, kde ide o registrovaného používateľa s vyššími právami na určité témy objektov. Táto úroveň je dôležitá z hľadiska uverejňovania poslaných objektov. Pri uverejňovaní má právo posúdiť zaslaný objekt v danej téme. Knihovník má navyše právo odstraňovať a editovať objekty v pridelených témach. Na *Obr. 3.* je zobrazená stránka s možnosťami úrovne knihovníka.

Obr. 3. Stránka s právami - Knihovníka

Pri overovaní funkčnosti na tejto úrovni sme sa snažili o vytvorenie novej sekcie a zapísanie nových objektov do nej. Program bol funkčný a dobre reagoval. Je na samotnom knihovníkovi aký prehľad a aké znalosti má o vkladaných objektoch. V prípade nejasností okolo vkladaného objektu môže vytvoriť novú sekciu v už hotovej štruktúre tém alebo zaslaný objekt zmazať.

Najvyššou úrovňou pre služby v DILLEO je služba „Systémového administrátora". Tento je zodpovedný za prideľovanie používateľských práv a schvaľovanie registrácie používateľov.

Systémový administrátor má tiež práva na všetky činnosti, ktoré systém poskytuje v daných témach, je taktiež zodpovedný za správu komuniukačných jazykov a za správu aplikačného loga. Na *Obr. 4.* je ukážka stránky určenej pre systémového administrátora.

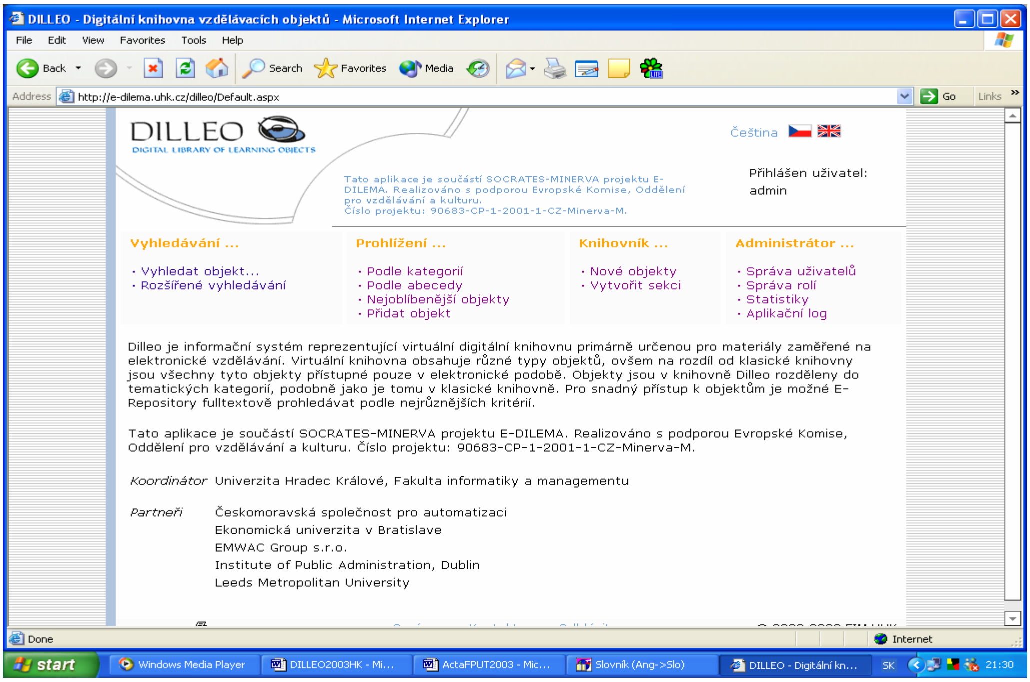
Vzhľadom na to, že produkt je súčasťou medzinárodného projektu z oblasti e-learningu má veľmi dôležitú úlohu dvojjazyčnosť recenzovaného systému. V súčasnosti je to jazyk český a anglický.

Z hľadiska bezpečnosti vkladaných údajov, ako aj pre bezporuchový chod systému všetci používatelia vstupujú do systému pod svojim menom a heslom. Ochrana používateľa je zabezpečená a v budúcnosti podľa autorov bude použitý k ochrane protokol SSL pre kryptovanie komunikácie medzi servrom a prehliadačom prihláseného.

Pre vyhľadávanie a prehliadanie údajov v knižnici je veľmi dôležitý systém prideľovanie práv odpovedajúcich postaveniu používateľa v systéme. Podľa postavenia a práv môže používateľ pracovať s témami na úrovni: žiadne práva, práva pre čítanie zoznamu objektov v témach, práva pre čítanie a zápis objektov.

Podľa postavenia, môže mať používateľ nasledujúce práva na objekt v systéme: žiadne práva, práva pre čítanie metadát, práva pre stiahnutie priložených súborov, práva pre zmenu metadát, práva pre zmazanie dokumentu.

Práva sú hierarchické. Čím vyššia úroveň, tým sú väčšie možnosti pre používateľa v oblasti práce s objektami a metadátami uvádzaného systému.



Obr. 4. Stránka s právami – Administrátora

Dôležitou súčasťou systému je metadátový prístup do knižnice, ktorý vychádza zo štandardu ARIADNE Educational Metadata Recommendation, Version 3.1. Navrhnutá schéma bola vytvorená pre potreby univerzitnej komunity, aby indexácia dokumentov bola čo najjednoduchšia, využitie metadát bolo pri vyhľadávaní efektívne, štruktúra metadát bola použiteľná vo viacjazyčnom prostredí.
Pre účely študentov a pedagogického personálu sú k dispozícii vhodne vytvorené pedagogické formáty vzdelávacích objektov napr.: skriptá, kniha, článok, e-kniha, test, pasívny multimediálny produkt, e-kurz, diplomová práca a ďalšie.
Pozitívne je konštatovanie, že všetky objekty je možné prehľadávať na základe metadát a väčšinu taktiež fulltextovo.

Zhrnutie

Záverom je možné konštatovať, že recenzovaný systém DILLEO, ktorý je vyvíjaný na FIM Univerzity Hradec Králové je postavený na modulárnej báze a preto bolo nutné zaistiť pre každý modul rovnaký vzhľad a chovanie, čo sa autorom podarilo. Systém po úplnom naplnení bude slúžiť nielen študentom UHK ale aj širšej vedeckej komunite prostredníctvom Internetu. Bude zaiste veľmi dôležité, ale aj potrebné umožniť vstupovať do databázy objektov študentom a pedagógom aj na Slovensku.

Literatúra

[1] MIKULECKÝ, S.: DILLEO: Digital Library of Learning Objects. DEL 2003 „ Developments in e-Learning 2003“, Volume 1 Project Results, pp.67-79. ISBN 80-01-02819-4

Summary

DILLEO- A MULTILINGUAL LIBRARY OF EDUCATIONAL DIGITAL OBJECTS ACCESSIBLE FROM INTERNET

In conclusion, we must say that the reviewed DILLEO system, developed at the FIM University of Hradec Králové, is based on a modular system, so that it was necessary to guarantee the same appearance and behaviour for each module which was done by the developers. After the system is completed, it will serve students of UHK as well as a wider scientific community via Internet. It will be as important as necessary to provide an access to the database for students and teachers also in Slovakia.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.72 –76.

PRÍPRAVA BUDÚCICH UČITEĽOV INFORMATIKY NA FAKULTE PRÍRODNÝCH VIED ŽU

IVAN BRODENEC, LÝDIA KRÁLIKOVÁ, MARCEL TAKÁČ

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky,
Fakulta prírodných vied, Žilinská univerzita,
Hurbanova 15, 010 26 Žilina
e-mail: brodenec@fpv.utc.sk, kralikova@fpv.utc.sk, takac@fpv.utc.sk

Abstract: BRODENEC, I., KRÁLIKOVÁ, L., TAKÁČ, M.: Educating students of informatics at the Faculty of Sciences, University of Žilina. Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 72 – 76.

In this paper, we present manner in which we educate students of informatics at the Faculty of Sciences, University of Žilina. The knowledge, we introduce to them, is based not only on technical informatics (data structures, hardware, theoretical informatics) but mainly on didactical background of teaching informatics at basic or secondary schools. It's our opinion, that teachers of informatics are the ones, who can bring up and resound the use of ICT in their teaching and in teaching of other teachers at schools.

Key words: Education, informatics, ICT, preparing the teachers.

Úvod

Informatika ako vedný odbor zaoberajúci sa spracovaním a utrieďovaním informácií[2] je v súčasnej dobe nielen potrebný ale i populárny odbor. Už menší záujem je však o učiteľské študijné odbory – to platí pre všetky študijné odbory, informatiku nevynímajúc (i keď je badať vyšší záujem ako o iné predmety).

Na Fakulte prírodných vied Žilinskej univerzity je možné v súčasnosti učiteľstvo informatiky študovať s jedným z nasledovných odborov: matematika, fyzika, anglický jazyk.

Človek, ktorého zvykne spoločnosť (často zle) označovať ako informatika, nemôže byť len človekom, ktorý je schopný a spôsobilý používať počítač.

Na fakulte presadzujeme myšlienku, že pracovať s prostriedkami informačných a komunikačných technológií (IKT) nie je výsadou informatikov; je to len schopnosť, ktorou by mali oplývať všetci budúci učitelia. Práve preto presadzujeme základný kurz IKT do spoločného základu pre všetky učiteľské smery. Tento dvojsemestrový kurz (pripravujeme prechod na štvorsemestrový) má poskytnúť všetkým študentom (a teda i študentom informatiky) spôsobilosť využívať bežné aplikácie, pracovať s Internetom, vytvárať webové stránky, ... V navrhovanom rozšírení sa študenti zoznámia s možnosťou využiť IKT v škole v ich vlastnej praxi. Budú pracovať s multimediálnymi CD, videokonferenčnou technikou a s aktivitami, pri ktorých je možné tieto prostriedky využiť; zoznámia sa s niektorými teleprojektami. Do základného kurzu je takisto zaradená práca s dataprojektorom a ďalšie prostriedky IKT. Budúci učitelia sa naučia posudzovať kvalitu edukačného softvéru a získajú schopnosť posúdiť ich využiteľnosť v učiteľskej praxi. Okrem toho je v rozšírenom kurze IKT zaradené aj vytváranie vlastných edukačných projektov.

[2] táto definícia, samozrejme, nie je úplná

Tabuľka 1. Učebné plány pre študijné odbory učiteľstva všeobecno-vzdelávacích predmetov Informatika (len povinné predmety)

Ročník: 1

Predmet	Pr-cv-lb
Zimný semester	
Programovanie 1	2 - 2 - 2
Matematika pre informatikov 1	2 - 2 - 0
Letný semester	
Programovanie 2	2 - 2 - 2
Matematika pre informatikov 2	2 - 2 - 0

Ročník: 2

Zimný semester	
Formálne jazyky a automaty	2 - 2 - 0
Malé a detské programovacie jazyky	2 - 2 - 1
Letný semester	
Didaktika informatiky 1	1 - 1 - 0
Objektové programovanie	2 - 0 - 2
Počítačové siete	2 - 0 - 2

Ročník: 3

Predmet	Pr-cv-lb
Zimný semester	
Údajové štruktúry	3 - 0 - 2
Technické prostriedky PC	0 - 0 - 2
Tvorba pedagogického softvéru	1 - 0 - 1
Letný semester	
Tvorba pedagogického softvéru	1 - 0 - 1
Návrh a analýza algoritmov	2 - 2 - 1
Didaktika informatiky 2	1 - 1 - 0
Priebežná pedagogická prax	

Ročník: 4

Predmet	Pr-cv-lb
Zimný semester	
Teória programovania	2 - 0 - 0
Operačné systémy	2 - 0 - 2
Jazyk C	2 - 0 - 2
Letný semester	
Databázové systémy	2 - 0 - 2
Didaktika informatiky 3	1 - 1 - 0
Vývoj aplikácií pre Internet a Intranet	1 - 0 - 2
priebežná pedagogická prax	
Diplomový seminár z informatiky	0 - 1 - 0

Ročník: 5

Predmet	Pr-cv-lb
Zimný semester	
Didaktika informatiky 4	1 - 1 - 0
Počítačová grafika	2 - 0 - 2
Umelá inteligencia	2 - 0 - 2
Diplomový seminár z informatiky	0 - 1 - 0
Letný semester	
Dejiny a sociálne aspekty informatiky	2 - 0 - 1
Súvislá pedagogická prax	

Programovanie a algoritmizácia

Štúdium informatiky na fakulte sme rozdelili do viacerých častí podľa toho ako sa informatika prirodzene rozvíjala. Aktuálny študijný plán informatického štúdia je uvedený v tabuľke. Hoci z minulosti sú známe rôzne pokusy pri vyučovaní informatiky, ktoré zavádzali samostatný predmet programovanie ako jeden extrém a na druhej strane zužovali vyučovanie informatiky len na aplikačný softvér, informatika v súčasnosti je chápaná a prezentovaná ako jedna veda, ktorá sa zaoberá informáciami a ich spracovaním vo všetkých svojich oblastiach. Je ale samozrejmé, že budúci učiteľ informatiky musí prejsť aj intenzívnym kurzom programovania, ktorý obsahuje základné princípy algoritmizácie, oboznámenie sa s dátovými štruktúrami a spôsobmi vytvárania algoritmov. Pre tento účel sme na našej katedre zvolili programovacie prostredia Delphi a Imagine.

Prvé z menovaných sú produktom firmy Borland, ktorá ich vo verzii „Educational" poskytuje pre výučbové účely zadarmo. Umožňujú nám začať programovať objektovým prístupom, čo je metodológia, bez ktorej sa v súčasnosti nezaobídeme pri práci v tíme a s veľkými projektmi. Poskytujú tzv. vizuálne programovanie – vzhľad aplikácie pod Windows môžeme zostavovať z ponuky komponentov, pričom Delphi nám veľmi pomáhajú pri začleňovaní kódu. Programovací jazyk „Object Pascal", na ktorom je prostredie Delphi postavené nám zas umožňuje naučiť sa programovať efektívne modernými metódami. Pre študentov je prechod na túto platformu ľahký vtedy, ak to nie je prechod [4].

Predmet „Programovanie" je v tomto akademickom roku rozvrhnutý do prvých dvoch semestrov, budúci akademický rok pribudne v druhom ročníku ďalší semester. Výučba prebieha v troch blokoch – prednáška, cvičenie (bez počítača), laboratórne cvičenie (pri počítači), každý v týždennej dotácii 2 hodiny.

Základom prvého semestra je spoznanie základných programátorských štruktúr a ich aplikácia v novom prostredí, spoznanie špecifických nástrojov používaných pri programovaní vo Windows a iný spôsob uvažovania pri použití objektového prístupu. Spôsobov, ktorými sa to dá dosiahnúť, je niekoľko. My sme sa zamerali jednak na rozvíjanie algoritmického myslenia, ktoré prebieha najmä na cvičeniach bez počítača (programovať sa dá aj bez počítača). Paralelne na cvičeniach pri počítači spoznané algoritmy vizualizujeme použitím komponentov, ktoré túto prácu veľmi zjednodušujú.

V druhom semestri je ťažiskom práca s rôznymi dátovými štruktúrami (lineárnymi, binárnymi, grafovými), ich využitie v konkrétnych algoritmoch a opäť názorná vizualizácia. Tieto vedomosti sa rozvíjajú v ďalšom štúdiu zložitejších dátových štruktúr a pri štúdiu metód programovania.

Tretí semester predmetu bude obsahovať pokročilejšie techniky objektového programovania, prakticky použiteľné pri tvorbe rôznych aplikácií. Zaradili sme sem vytváranie vlastných komponentov, jednoduché sieťové aplikácie, pokročilú prácu s grafikou a multimédiami.

Prostredie Imagine ponúka skĺbenie algoritmického myslenia, objektového prístupu a didakticky „prítulného" prostredia. Z programátorského hľadiska je dôležité porozumieť rekurzii ako veľmi častému spôsobu práce s dátovými štruktúrami v tomto prostredí a procesom, na ktorých je založená práca s objektovo orientovanými jazykmi. Predmet predpokladá isté programátorské zručnosti, získané z prostredia Delphi, ale v mnohých smeroch ich rozširuje – korytnačia geometria, ako overený spôsob programovania; jednoduchá práca s grafikou a tvarmi korytnačiek, intuitívnejší prístup k objektom a objektovému programovaniu... Vzhľadom na to je možné začať sa postupne venovať didaktickým aspektom pri výučbe programovania a využívať ich pri tvorbe vlastných jednoduchých aplikácií. Toto prostredie je zároveň veľmi vhodné na tvorbu edukačných projektov.

Architektúra počítačov, matematika a teoretická informatika

Učiteľ je často postavený do pozície inovátora, učí sa stále nové poznatky, aktuálne mení tematické plány a častokrát je na učiteľovi informatiky, aby sa staral o počítačovú sieť na škole a jej hardvérové a softvérové zabezpečenie. Z tohto hľadiska je cieľom, aby budúci učiteľ ovládal základné znalosti nielen z teoretickej informatiky, ale aj základy počítačovej architektúry, prácu so sieťou a organizáciou výpočtového laboratória.

Teoretická informatika je v našich učebných plánoch zastúpená predmetmi Formálne jazyky a automaty, Teória programovania, Databázy, Umelá inteligencia.

Cieľom predmetu Formálne jazyky a automaty je získať základy teoretickej informatiky. Osvojiť si pojmy determinizmus a nedeterminizmus, formálne výpočtové modely: konečný automat, zásobníkový automat, lineárne ohraničený automat, Turingov stroj. Vzťah algoritmu a Turingovho stroja.

V predmete Teória programovania sa študenti oboznámia s metódami dokazovania čiastočnej a úplnej správnosti algoritmov.

Súčasťou profilu budúceho učiteľa informatiky je aj načrieť do problematiky umelej inteligencie, expertných systémov, lexikálnej analýzy, neurónových sietí.

Vedomosti z architektúry počítačov študenti získavajú v predmetoch Technické prostriedky PC, Počítačové siete, Operačné systémy. V uvedených kurzoch sa študenti oboznámia so základmi hardvéru, operačnými systémami, metódami inštalácie, nastaveniami systému počítača, multimediálnymi prostriedkami a technickými komunikačnými prostriedkami.

Nutnosťou a základom pre informatické vzdelanie je matematika a jej časť diskrétna matematika. Počas prvých dvoch semestrov si študenti v predmete Matematika pre informatikov osvojujú poznatky z diskrétnej matematiky, z výrokového počtu a logiky, teórie množín, kombinatoriky a teórie grafov.

Didaktika informatiky

Výhodou otvárania naozaj rôznorodých učiteľských kombinácií s informatikou je možnosť pôsobenia pri skutočnom aplikovaní IKT do vyučovania na základnej i strednej škole. Toto sa stáva nosným motívom pri výučbe jednotlivých (nielen) didaktických predmetov.

Didaktika informatiky ako predmet je rozčlenený na 4 semestre, pričom študenti ich absolvujú postupne od druhého až po piaty ročník.

V prvom kurze didaktiky sa študenti oboznámia s mikrosvetmi a jeho možnosťami pri výučbe. Venujeme sa malým a detským programovacím jazykom. Vytvárajú pracovné listy, organizujú interné workshopy. Študenti tiež vytvárajú jednoduché edukačné projekty, ktoré na záver semestra prezentujú pred pedagógmi katedry a pozvanými učiteľmi základných a stredných škôl.

Cieľom predmetu Didaktika informatiky 2 je oboznámiť sa s metódami a formami vyučovania programovania najmä vo vyšších programovacích jazykoch. Navrhnúť metodiky na vybraný okruh problému. V kurze študenti rozoberajú obsah a metódy vyučovania programovania. Základy algoritmizácie, prvky programovacích jazykov. Zásady zavedenia pojmov: údaj, premenná, cyklus, pole, matica, dynamické štruktúry údajov, ... Študenti hodnotia triediace algoritmy, vytvárajú motivačné úlohy pre žiakov.

Didaktika informatiky 3 je zameraná na učebné osnovy, štandardy a teleprojekty. Študenti sa oboznamujú s aktuálnymi učebnicami. Navrhujú vlastné postupnosti pri preberaní jednotlivých oblastí informatiky. Vytvárajú pracovné listy. Okrem toho sa študenti naučia využívať technológiu streamingového videa pre edukačné účely – vytvárajú vlastné prednášky videostreamingového spracovania [3].

Záverečný kurz didaktiky je rozvrhnutý v zimnom semestri piateho ročníka. Študenti už majú mnohé teoretické i praktické skúsenosti z viacerých oblastí vyučovania informatiky a je možné s nimi viesť diskusiu o vlastných názoroch na metódy, s ktorými sa stretli (mimo iného aj počas vlastnej pedagogickej praxe) a takto pôsobiť v stále aktuálnych diskusiách o osnovách, štandardoch i novej maturitnej skúške.

Lepšiu orientáciu a kontext celej výučbe dáva predmet Dejiny a sociálne aspekty informatiky.

Študenti sa počas svojho štúdia stretnú aktívne s vyučovaním na stredných a základných školách v rámci pedagogickej praxe. Ich spolupráca v mnohých prípadoch pokračuje v ďalších predmetoch, v ktorých sú vytvárané rôzne edukačné projekty. Našou snahou je učiteľov z týchto škôl podnecovať k spolupráci – najmä po stránke metodickej. Okrem toho plánujeme vytvoriť Klub učiteľov informatiky pre žilinský región, aby učitelia z okolia mali prístup k novinkám a trendom vo vyučovaní informatiky a v neposlednom rade vytvorili komunitu, ktorá spolu komunikuje a vymieňa si informácie. Tento klub chceme vytvoriť po vzore obdobného klubu v Košiciach.

Spolupráca študentov s učiteľmi zo základných a stredných škôl je výraznejšia v predmete Tvorba pedagogického softvéru. Je na úrovni zadávania jednotlivých tém v rôznych predmetoch (matematika, fyzika, dejepis, anglický jazyk, ...) a konzultácia pri tvorbe takejto aplikácie. Našou snahou je venovať dostatočnú pozornosť aj testovaniu takéhoto programu a umožniť aj konzultujúcemu učiteľovi podieľať sa na hodnotení výsledkov práce študenta.

Záver

Príprava budúcich učiteľov je náročná najmä v oblasti technológií, ktoré sa neustále vyvíjajú. Naším cieľom je totiž vychovať učiteľa, ktorý bude schopný ďalej sa rozvíjať a získavať nové poznatky a zručnosti. Preto musíme aj počas všetkých študijných kurzov brať do úvahy, že učitelia sú pripravovaní pre svoje zamestnanie v budúcnosti a nie v prítomnosti. Je preto jasné, že i plány, ktoré tu prezentujeme, sa neustále vyvíjajú a menia.

Literatúra

[1] KRÁLIKOVÁ, L., TAKÁČ, M.: Prierez didaktikou informatiky na Fakulte prírodných vied ŽU v Žiline. IKT v prírodovednom vzdelávaní, Nitra, máj 2003.

[2] KRÁLIKOVÁ, L., TAKÁČ, M.: Implementácia IKT do prípravy budúcich učiteľov. Aktuálne otázky výchovy a vzdelávania v období vstupovania do EÚ, Nitra, september 2003.

[3] TAKÁČ, M.: Videostreamingové technológie v edukačnom procese. XXI. mezinárodní kolokvium o řízení osvojovacího procesu, Vyškov u Brna, máj 2003.

[4] KALAŠ, I.: Objektovo-orientované programovanie. Zverejnené prednášky predmetu Imagine: Symbolické výpočty a Logo, dostupné na www.edi.fmph.uniba.sk/kalas/imagine/ (prednaska07.doc), Bratislava, 2002.

Summary

EDUCATING STUDENTS OF INFORMATICS AT THE FACULTY OF SCIENCES, UNIVERSITY OF ŽILINA

Preparing teachers of informatics is difficult because development of technologies is continuos. Objective of our education is built on teachers, who will be able to learn and explore new information and abilities to work with these information. So there is our need to look into future and present the plans according to what will be needed in the next years.

Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis,
Ser. C, 2003, no. 7, pp.77 –82.

GEOGRAFICKÝ INFORMAČNÝ SYSTÉM – aplikácia, vedný odbor, moderný predmet výučby?

ĽUDOVÍT TRAJTEĽ

Katedra informatiky, Fakulta prírodných vied, Univerzita Mateja Bela,
Tajovského 40, 974 00 Banská Bystrica
e-mail: trajtel@fpv.umb.sk

Abstract: TRAJTEĽ, Ľ.: GEOGRAPHIC INFORMATION SYSTEM – application, field of science, modern subject? Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C, 2003, no. 7, pp. 77 – 82.

This document relates the using new technologies in subject teaching to the teacher training of Geographic Information System (GIS) in KI FPV UMB (Department of Informatics, Faculty of Natural Sciences, Matej Bel University; in Slovak: Katedra informatiky, Fakulta prírodných vied, Univerzita Mateja Bela).

Key words: Geographic information system, education, training of teachers of GIS, organisation of specialised courses for GIS teachers, improved teaching process of GIS at secondary schools, multimedia, humanomedia.

Úvod

Všade vo svete sa postupne tvoria geografické informačné systémy (GIS), ktorých elementárnym cieľom je čo najviac sprehľadniť a zefektívniť spracovávané údaje. Významnou vlastnosťou týchto informačných systémov je to, že údaje, ktorými sú naplnené, umožňujú nielen spracovávať, modifikovať a prezerať, ale že s nimi pracujú ako s integrovanými grafickými objektami, ktoré majú priestorové, popisné a aj ďalšie vlastnosti. Práve prienik výpočtovej techniky do tejto oblasti a nástup pokročilých informačných technológií umožňuje dokonale prepojiť integrované grafické (najčastejšie geografické, mapové) informácie s negrafickými údajmi vo forme databáz, rastrových obrázkov, animácií, videofilmov, hlasových výstupov, technických detailov i významných dokumentov. Do praxe sa v podobe geografického informačného systému dostáva humanomediálna[3] technológia, ktorá (často (a zjednodušene) iba ako moderná a relatívne dostupná, aj keď ešte stále drahá, GIS aplikácia) nachádza široké praktické uplatnenie v mnohých oblastiach štátneho sektoru a predovšetkým hospodárstva.

Na vyššej ako spotrebnej a komerčnej úrovni, na úrovni potrieb a následne ponúknuteľných aktivít rozbiehajúceho sa nového vedného odboru Geografické informačné systémy, sa v najbližšej budúcnosti črtajú najmä dve hlavné perspektívy intenzívneho využitia GIS a ich relačných databáz - humanomediálny GIS pre potreby a širokú (až „priestorovú“) podporu inventarizácie a evidencie a/alebo humanomediálny GIS pre potreby a podporu analýz a modelovania. Obe možno uplatniť nielen vo vede (a následne opäť v praxi), ale okamžite aj vo výučbe. Práve neustále sa zvyšujúce

---

[3] **Humanomédiá**

Originálny termín zavedený autorom tohto článku.

Termínom *humanomédiá* (tiež *humanomediálny*, *HUME, humédiá, humediálny* ... a pod.) označuje autor *interdisciplinárnu technológiu, ktorá integrovaním poznatkov psychológie človeka a poznatkov pedagogiky do multimediálnych elementov výrazne aktivuje multisenzorické schopnosti človeka.*

možnosti GIS pri spracovaní a obsluhe multimediálnych, priestorových, grafických, textových a databázových údajov a stále vyšší počet funkcií pre správu, analýzu, syntézu a rôzne využívanie údajov patria k dôvodom nezadržateľného nasadzovania a zavádzania GIS do výučby. Geografický informačný systém tu pritom „funguje" dvojnásobne účinne: je nielen vhodným (a výhodným) predmetom výučby, ale aj jej čoraz využiteľnejším prostriedkom. Prostriedkom veľmi výhodným, prostriedkom „rozmeru" modernej edukačnej technológie.

V tejto súvislosti článok približuje kroky, ktoré viedli k rozhodnutiu nasadiť GIS ako predmet a aj edukačnú technológiu do výučby Fakulty prírodných vied (FPV) UMB v Banskej Bystrici a upozorňuje na konkrétne aktivity pri zavádzaní GIS do výučby na stredných a vysokých školách.

KROKY K NOVÉMU

KROK PRVÝ – PÄŤ ELEMENTOV MULTIMÉDIÍ

Multimédiá, ako "názorné nosiče informácií", predstavujú technológiu, ktorá, okrem iného, už pomerne dlhú dobu významným spôsobom ovplyvňuje aj spôsoby edukácie. Multimédiá zjednodušujú a zefektívňujú recepciu informácií, ktoré ponúkajú prostredníctvom svojich <u>piatich základných elementov</u> – textu, obrazu, zvukov, animácie a videa.

Text je bázovým elementom multimediálnej edukačnej aplikácie. Má vysokú informačnú hodnotu, dopĺňa obsah aplikácie, poskytuje významné informácie, uľahčuje orientáciu, má výrazný vplyv na zrozumiteľnosť. Je nositeľom námetu aplikácie a sprostredkovateľom komunikácie. Jeho formátovaním možno zvýrazniť hierarchiu a štruktúru obsahu. Stáva sa stáva spojovacím prvkom aplikácie a edukantovi ponúka riadené prehľadávanie (napr. pri samoštúdiu). Musí byť výstižný, prehľadný i stručný zároveň.

Obraz (grafika) umožňuje dosiahnuť oveľa vyšší účinok multimediálnej edukačnej aplikácie. Obraz dáva aplikácii konečnú podobu, určuje náplň i formu, dodáva aplikácii vzhľad, silne ovplyvňuje výrazovú stránku aplikácie a zvyšuje jej psychologický účinok.

Zvuk v multimediálnej edukačnej aplikácii vytvára "náladu", zdôrazňuje vybrané časti a skupiny informácií, dopĺňa informácie hudbou, komentárom, zvukovými efektmi a špeciálnymi tónmi, prostredníctvom neho možno oznamovať niektoré správy alebo výzvy pre edukantov. Pri interaktívnej komunikácii často ponúka "synchronizáciu" komunikácie a jej zrozumiteľný priebeh. V podobe reči je jedným zo základných dorozumievacích prostriedkov komunikácie medzi ľuďmi i prostriedkom na uchovanie a odovzdávanie skúseností, ktoré ľudstvo nadobudlo vo svojom spoločensko-historickom vývoji. Jeho výhodou je rýchlosť a komplexnosť pri odovzdávaní informácií. Nevýhodou sú zatiaľ pretrvávajúce problémy s prenosom hlasu na diaľku [1], [2].

Animácia „vdychuje dušu". Vďaka nej je možné rôznymi spôsobmi oživiť statické obrázky; vytvoriť sekvenciu na seba nadväzujúcich obrázkov jednotlivých fáz pohybu, ktoré pri dostatočne rýchlom premietaní vytvárajú u edukanta ilúziu pohybu.

Video (videosekvencia obsahujúca okrem sekvencie obrazu aj zvukovú informáciu) je elementom, pomocou ktorého v edukácii približujeme informácie, ktoré nemožno dostatočne vyjadriť prostredníctvom jednoduchého textu, textu kombinovaného s grafikou, ani prostredníctvom jednoduchej animácie. Je vynikajúcim elementom pre upútanie pozornosti edukanta.

Animácia a video vylepšujú grafickú stránku edukačnej aplikácie. Ponúkajú dynamizáciu predstavovaných myšlienok, umožňujú ukázať vývoj, naznačiť pohyb, priblížiť informácie, ktoré nie je dosť dobre možné vyjadriť prostredníctvom jednoduchého textu, zvuku a statického obrazu.

KROK DRUHÝ – VIRTUÁLNA REALITA A HUMÁNNY INTERAKTÍVNY ELEMENT

Nové používateľské rozhrania dnes umožňujú v edukácii vytvárať netradičné metafory pracovného prostredia a nástrojov. Medzi ne patrí aj virtuálna realita. Autori Steve Aukstakalnis a

David Blatner [3] ju charakterizujú nasledovne - *"Virtuálna realita je spôsob zobrazenia zložitých informácií, manipulácia a interakcia človeka s nimi prostredníctvom počítača".*

V súvislosti s predstavou interaktívneho edukačného používateľského rozhrania je virtuálna realita chápaná ako vizuálna simulácia, zdôrazňujúca stereoskopické videnie a spätnú väzbu pomocou polohovacieho zariadenia, obmedzená na "monoskopické" zobrazovanie a využívajúca tradičné interaktívne vstupy pomocou klávesnice a myši. V nej sa paradigma ukazovania a ťukania prenáša do simulovaného priestoru. Nekonečný počet stavov a vysoký stupeň ilúzie skutočnosti (stupeň vnorenia do simulovaného sveta) so zapojením viacerých zmyslov tu predstavuje potenciálne výkonný nástroj pre činnosti vyžadujúce si zručnosti a koordináciu senzomotorického systému človeka. Autor práce [4] v tejto súvislosti uvádza, že *„rozdiel medzi klasicky ponímanými multimédiami (v zmysle interaktívnych programov na optických nosičoch alebo v počítačových sieťach) a virtuálnou realitou je v spôsobe navigovania, teda prehliadania stavového priestoru. V prvom prípade sa jedná o stavový, diskrétny, stroj, ktorý je reprezentovaný konečným deterministickým automatom – teda paradigmou, ktorá má paralely v rečovej komunikácii, zatiaľ čo druhá paradigma sa približuje vizuálnej komunikácii so skutočným („ľudským“;* pozn.: humánnym*) svetom, so spojitými prechodmi z jedného bodu časopriestorového kontinua do druhého“.*

Nie je však dôležité hľadať rozdiely v spôsobe edukačného navigovania medzi multimédiami a virtuálnou realitou. Dôležitejším je skúmať to, čo v tejto oblasti vznikne ako dôsledok ich vzájomného zblíženia, splynutia. Spoločne podporované navigačné interaktívne rozhranie zhumanizuje multimédiá. Ako šiesty mediálny element vznikne humánny interaktívny element, ktorý umožní a podľa kvality multimediálnej aplikácie aj spríjemní interakciu edukanta s multimediálnym systémom.

KROK TRETÍ - PSYCHOLOGICKÉ POZADIE EDUKAČNEJ APLIKÁCIE

Ukazuje sa, že vnímanie dobre pripraveného humanomediálneho diela cielene spúšťa v edukantovi (percepientovi humanomédií) mechanizmus „tých správnych“ psychických funkcií. Ich podstata je rovnaká bez ohľadu na skutočnosť, či ide o dielo umelecké, dielo určené na vzdelávanie (to má ešte i didaktický rozmer), alebo dielo pre zábavu. Percipientove emócie, ktoré sú s týmto procesom spojené možno chápať ako otvorené formy reflexno-hodnotiacej činnosti vyšších živočíchov a človeka. Ľudské emócie sú tu vďaka multimédiám „zlepencom“, ktorý vyjadruje skúsenosť biologických a osobnostných sociálnych vzťahov človeka.

Na bezprostredne reflexnej úrovni sa vďaka humanomédiám môžu formovať obrazy "hodnoteného" predmetu, jeho znakov, ich vzájomných vzťahov a tieto obrazy uvádzajú do chodu asociačný mechanizmus. Predmetné významy ukryté v asociačných reťaziach nemôžu byť rozšifrované bez aktívnej účasti pamäti a obrazotvornosti, a emocionálne významy zas bez mechanizmov vyšších emócií. Spájanie postrehovaných významov do jediného modelu skutočnosti a jeho doladenie a ešte väčšmi formovanie záverečných ideí, hodnotení, zámerov vyvolá produktívnu činnosť celostno-obrazného a abstraktno-logického myslenia. Pod vplyvom humanomédií sa zaktivizujú aj rozľahlé oblasti podvedomia.

Spomedzi mnohých faktorov, ktoré usmerňujú a syntetizujú všetky procesy vo vedomí príjemcov humanomediálnych riešení, vyčleňuje sa zvláštna humanomediálna apercepcia. Je podmienenosťou vnímania predošlou skúsenosťou, zásobou vedomostí, celkovým obsahom psychického života človeka, a tiež konkrétnym stavom osobnosti.

Mechanizmus humanomediálnej apercepcie je spojený so vzájomným pôsobením špecifického a nešpecifického systému v psychike človeka, ako je to uvedené v [5]. Podstata humanomediálnej apercepcie spočíva v tom, že napomáha čo najefektívnejšie extrahovať informáciu o vnímanom predmete, a táto efektívnosť je v konečnom dôsledku určovaná jej praktickým významom – biologickým alebo spoločenským, či už pre mnohých ľudí, alebo pre konkrétneho edukanta.

ČIASTKOVÉ ZHRNUTIE

Z faktov, ktoré boli uvedené vyššie, ako i z mojich vlastných poznatkov a experimentov, možno konštatovať (i radiť a odporúčať):

- Pri použití vizuálnych prostriedkov sa dosahujú individuálne a najmä skupinové rozhodnutia rýchlejšie, konzultácie a stretnutia edukátorov a edukantov sú kratšie, edukanti sú náchylní rýchlejšie sa učiť, porozumieť téme, rozhodnúť sa.
- Počítačová animácia a vizualizácia, doplnená ďalšími multimediálnymi elementmi, dnes predstavuje veľmi perspektívne odvetvie v simulovaní fyzikálnych, chemických, biologických a iných javov.
- V rôznych situáciách, a vo vzdelávaní zvlášť, je často potrebné nájsť "ten správny dôvod" na určité rozhodnutie. V tradičnom "papierovom" prostredí však mnohé nevidno. Edukant, ktorý sa rozhoduje pre štúdium, chce napríklad vidieť priestory učební, techniku, niektoré predmety súvisiace s preberanou témou, pokus, vyučujúceho a pod. Tu pomôže humanomediálna aplikácia. Aj edukátor alebo diskutér môže jej pripojením k uvažovanému modelu alebo diskutovanej situácii opísať myšlienkový postup na pozadí určitého svojho rozhodnutia.
- Vďaka humanomédiám môžu byť zaznamenané, katalogizované a distribuované do koherentného ovládateľného sieťového prostredia všetky aspekty požiadaviek na vyučovanú tému. Takéto materiály môžu existovať ako humanomediálne dokumenty on-line databáz, zahŕňajúce ako audio, tak video, s kompletnými videozáznamami vyučovaných komponentov, ktoré sú ukladané a vyvolávané ako ich súčasť.
- Študijné humanomediálne materiály môžu byť dnes poskytované pomocou káblovej televízie, internetu, videokaziet alebo CD titulov.

VEĽKÝ KROK – GIS AKO PREDMET A TECHNOLÓGIA VÝUČBY

Aby som zdôraznil, že existuje prostredie, ktoré v sebe nesie potenciál na „vykročenie veľkým krokom“ s naplnením všetkého vyššie uvedeného, pripomeniem nasledovnú definíciu GIS [6]:

GIS je humanomediálny celok vytvorený integráciou technických a programových prostriedkov, údajov, používateľov, obsluhy, pracovných metód a organizačného kontextu, zameraný na zber, ukladanie, editáciu, organizáciu, správu, analýzu, syntézu a prezentáciu priestorových údajov pre potreby popisov, analýz, modelovaní a simulácií okolitého sveta s cieľom získať mediálne informácie potrebné na využívanie a racionálnu správu tohto sveta i pre účely edukačné.

GIS možno použiť s úmyslom ponúknuť "tesnejšiu" väzbu medzi človekom a počítačom. Vo väčšine dnešných GIS sa k využiteľným základným piatim multimediálnym elementom pridáva šiesty – humánny interaktívny element. Humanomediálne GIS uplatnením poznatkov získaných analýzou pedagogicko - psychologických edukačných súvislostí zvyšujú schopnosť človeka pochopiť a aj spätne si vybaviť prezentovanú predmetnú oblasť. Dovoľujú edukantovi prekonávať geografické vzdialenosti, zdieľať interaktívne jeho myšlienky a nápady ... atď.

SÚČASNÝ STAV „VÝUČBY“ GIS NA ZÁKLADNÝCH A STREDNÝCH ŠKOLÁCH VO SVETE

V zahraničí nemá zatiaľ výučba GIS charakter štandardnej výučby, táto problematika však má „zelenú“. Výchova mladej generácie ku porozumeniu a používaniu GIS sa realizuje ako „príležitostná“; obvykle je včlenená do vybraných geografických, vlastivedných alebo vybraných humanitných predmetov. Sporadicky sú v rámci nej riešené úlohy alebo projekty, medzi ktorými možno spomenúť GIS riešenia pre kyslé dažde a imisie, pre rôzne formy znečistení, pre biodiverzitu, záplavy a pod.

Vzhľadom na uvedené je nielen vo svete, ale aj na Slovensku potrebné čo najskôr systematizovať výučbu a začať s ňou predovšetkým na stredných školách Slovenska. Predtým však je potrebné urobiť potrebné kroky aj v učení učiteľov GIS.

ZÁKLADNÉ AKTIVITY FPV UMB V NASADZOVANÍ GIS DO VÝUČBY

Tri základné aktivity a zároveň etapy pri nasadzovaní GIS do edukačných činností možno charakterizovať nasledovne:

1. **experimentálne učenie žiakov vybranej strednej školy/škôl**

Cieľom tejto aktivity, ktorá sa, ako prvá, už realizovala [7],[8] a [9] a ďalej realizuje, bolo a je experimentálne overiť vhodnosť zavedenia predmetu GIS medzi (voliteľné) predmety vybraných stredných škôl na Slovensku. Žiaci vybraných tried, okrem zaujímavého spestrenia ich predmetovej náplne, dostali a dostávajú príležitosť zoznámiť sa s pomerne mladou oblasťou využitia počítačov v období ich odbornej profilácie. (Poznámka: Túto myšlienku FPV UMB najprv pokusne realizovala na vybranom gymnáziu v Banskej Bystrici v dvoch triedach 3. ročníka. V dvoch skupinách boli žiakom ponúknuté základné poznatky z oblasti informatiky, geografie a GIS prispôsobené stredoškolskej úrovni a ich vedomostiam. V priebehu 1. roka tohto štúdia sa žiaci zoznámili s problematikou GIS ako s novou technológiou, naučili sa obsluhovať a používať GIS – TOPOL, ktorého prostredie je zrozumiteľné a používateľsky príjemné aj pre žiakov stredných škôl. Žiaci tiež dostali základné informácie o počítačových sieťach. V druhom roku štúdia si žiaci doplnili ďalšie vedomosti, ktoré sú potrebné na zvládnutie projektov v prostredí GIS IDRISI.). Skúsenosti z experimentu jednoznačne potvrdili jeho opodstatnenosť a „vyprovokovali" jeho realizáciu v širšom spektre stredných škôl. Tento proces je už dnes plne rozbehnutý na viacerých školách, prax potvrdzuje jeho opodstatnenosť, prednosť však dávame GIS prostrediu GeoMedia.

2. **zaradenie predmetu GIS do výučby budúcich učiteľov v rámci štúdia na FPV**

Takmer všetky pokrokové štáty sveta dnes pokladajú za nevyhnutnú výchovu mladej generácie v problematike GIS a postupne realizujú programy zavádzania GIS do výučby. Hoci všade je o urýchlenie takýchto programov enormný záujem, často je limitujúcim faktorom nedostatok odborníkov. Súbežným problémom je však i tempo, akým GIS vstupujú do praxe. Vzniká potreba neustále sa zdokonaľovať vo využívaní doterajších i poznávať novonastupujúce GIS. Z tohoto dôvodu bol už v študijnom roku 2001/2002 do učebných osnov pre budúcich učiteľov na FPV zaradený predmet GIS [10].

Navrhnutá (a podľa pôvodného návrhu dnes priebežne realizovaná) koncepcia inovácie výučby budúcich učiteľov na FPV UMB v oblasti GIS dnes už plní nasledovné čiastkové úlohy:

- naučiť budúcich učiteľov základné pojmy GIS,
- naučiť budúcich učiteľov pracovať vo zvolenom vybranom prostredí GIS,
- naučiť budúcich učiteľov základné metódy spracovania priestorových údajov vo vybranom prostredí GIS,
- naučiť budúcich učiteľov základné postupy riešenia komplexných aplikačných úloh vo vybranom prostredí GIS.

3. **zaradenie nového predmetu „GIS – úvod do problematiky" do pravidelnej výučby žiakov stredných škôl, vytvorenie učebnice.**

Najdôležitejším výstupom tejto etapy nasadzovania GIS bude pripraviť žiakov strednej školy na riešenie jednoduchých aplikačných úloh. Naučiť ich uplatňovať komplexný prístup k spracovaniu priestorových údajov v prostrediach GIS a naučiť ich vytvárať počítačové mapy a robiť analýzy v prostrediach GIS. Pre zaradenia takéhoto predmetu do výučby na stredných školách však treba urobiť ešte kus organizačnej, legislatívnej a najmä pedagogickej práce.

Záver

Súčasný vývoj GIS je veľmi búrlivý. Aplikácie GIS vznikajú vo viacerých oblastiach - ako je monitorovanie stavu životného prostredia a jeho ochrana, štátna správa (na úrovni obcí, miest, okresov a regiónov), správa inžinierskych sietí, správa dopravných sietí, mestská hromadná doprava, lesné hospodárstvo, poľnohospodárstvo, územné plánovanie, záchranné služby, polícia, vojsko, marketing, rozmiestňovanie zdrojov a pod. Čo však dodnes chýba, to je vhodné prostredie na rozvoj týchto aplikácií. A čo chýba najviac, to sú odborníci pre túto oblasť. Je preto na nás, aby sme ich čo najskôr vyškolili. Najprv v podobe budúcich učiteľov a potom, čo najskôr, aj v podobe vzdelaných a pre prax dobre pripravených stredoškolákov.

Literatúra

[1] AGH, Š.: VoX, FPV UMB, Banská Bystrica, 2000,

[2] NIKOLÍNI, Ľ.: Hlasová komunikácia, FPV UMB, Banská Bystrica, 2000,

[3] AUKSTAKALNIS, S., BLATNER, D.: Reálně o virtuální realite, Brno, 1994, str. 7,

[4] ŠPERKA, M.: Multimédiá – škola budúcnosti? Nové metafory používateľských rozhraní, In: Zborník z konferencie s medzinárodnou účasťou Informatika a informačné technológie - I&IT'99, FPV UMB, Banská Bystrica, 1999, str. 122,

[5] RIES, R.: Mediálne elementy v GIS, Záverečná práca bakalárskeho štúdia, FPV UMB, Banská Bystrica, 2001, str. 21 - 22,

[6] TRAJTEĽ, Ľ.: Geografický informačný systém – humanomediálna inteligentná edukačná technológia, FPV UMB, Banská Bystrica, dizertačná práca, 2001,

[7] TRAJTEĽ, Ľ.: Zavedenie GIS na stredné školy. In: Zborník konferencie DIDINFO'95, Katedra informatiky FPV UMB, Banská Bystrica, 1995, 4 s.,

[8] TRAJTEĽ, Ľ.: Úloha Doškolovacieho centra učiteľov informatiky pri realizácii projektov UNESCO a PHARE, Zborník medzinárodnej konferencie EnviGIS, Banská Bystrica, 1995,

[9] TRAJTEĽ, Ľ.: Geographic Information System, Curriculum Development and Teaching Materials Preparation [Projekt PHARE S9204/42.01/L], UMB a SAZP, Banská Bystrica, 1996,

[10] TRAJTEĽ, Ľ: Geographic Information systems. Proposal of the new syllabus. Workshop "New Forms and Methods of Teaching and Learning", Banská Bystrica, 1999.

Summary

GEOGRAPHIC INFORMATION SYSTEM – application, field of science, modern subject?

This article gives a description of the pedagogic application of Geographic Information Systems in the Department of Informatics, Faculty of Natural Sciences, Matej Bel University, Banska Bystrica, since 2001 (1993).

It aims to:

- Enable students to comprehend the nature of information.
- Develop student§s confidence and competence of using GIS.
- Introduce students to the potential uses of GIS.
- Help students understand the limitations of GIS.
- Equip students with the ability to enhance their learning across the curriculum.

Enable students with special educational needs to become more independent.

Pokyny pre autorov

Zborník Pedagogickej fakulty TU (Zborník PdF TU) je recenzovaný domáci vedecký časopis, ktorý vydáva a rozširuje PdF TU. Vychádza jedenkrát ročne a obsahuje pôvodné práce z oblasti spoločenských a prírodných vied v slovenčine, angličtine a nemčine.

Upozorňujeme autorov, že redakcia prijme príspevky len pri dodržaní nasledujúcich redakčných podmienok:

- rozsah príspevku je maximálne 10 strán (vrátane tabuliek),
- rukopis príspevku musí obsahovať názov práce, neskrátené meno, priezvisko a adresu autora, anglický abstrakt s anglickým názvom príspevku, text vlastnej práce podľa jej charakteru členený na úvod, metodiku, výsledky a záver, anglický alebo nemecký súhrn a zoznam literatúry citovanej v práci,
- príspevky píšte v textovom editore MS Word 97 vo formáte A4 s predvolenými okrajmi: horný 2 cm, dolný 8 cm, vonkajší 1,5 cm, vnútorný 6 cm, zrkadlové okraje a so záhlavím vo výške 2 cm, päta 7 cm od okraja stránky, veľkosť písmen – 10,
- literatúru citujte podľa normy ČSN 01 0197 Bibliografická citácia,
- prvýkrát pošlite len 2x vytlačenú kópiu príspevku spolu s prílohami,
- po prijatí recenzného posudku pošlite opravenú verziu príspevku na diskete ako samostatný súbor,
- príspevky zasielajte na adresu redakcie uvedenú na 2. strane obálky do 30. septembra.

Diskety a fotografie vraciame autorom až po vydaní zborníka.

Za jazykovú a štylistickú úpravu príspevkov zodpovedajú autori.

Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Tyrnaviensis

Séria C – MATEMATIKA, FYZIKA, INFORMATIKA

Ročník 7, 2003
Technický redaktor: Mgr. Viola Gazdíková, PhD.
Obálka: doc. Blažej Baláž
Tlač: Ing. Ivan Klescht
Vydala Trnavská univerzita, Pedagogická fakulta

Nové: ISBN 80 – 89074 –82 – 0

OBSAH
CONTENTS

MATEMATIKA

HOLEŠOVÁ, M.: Monomiálne Gorensteinove krivky a niektoré ďalšie krivky v A^4 ……………… 5

VRANKOVÁ, E. - SOTÁKOVÁ, K.: Ornamenty na základnej škole pomocou Cabri. Ružicové vzory 12

ZALABAI, Z.: Viazané extrémy ………………………………………………………………… 17

KOMARA, I.: Konfigurácia piatich kružníc združená s harmonickou štvoricou bodov …………… 24

SOTÁKOVÁ, K.: O programovaní ako o nástroji poznávacieho procesu v školskej matematike ….. 29

LENGYELFALUSY, T.: Význam názornosti a logického myslenia pri riešení problémových úloh ... 33

BITTNEROVÁ, D.: Štrukturované (matematické) texty ……………………………………………… 37

STOPKOVÁ, J.- KURAJ, J.: Aké výsledky dosiahli žiaci v teste z matematiky v rámci projektu MONITOR 9? ………………………………………………………………………… 43

ABAS, M.: História dôkazu Veľkej Fermatovej vety ……………………………………………… 53

JEDINÁK, D.: Ku vzdelávacím i výchovným koreňom školskej matematiky ……………………... 57

INFORMATIKA

RABE, V.: Nová role IS / ICT v ekonomii a vzdělávání 62

TURČÁNI, M.: Dilleo-viacjazyčná z internetu dostupná knižnica digitálnych vzdelávacích objektov 66

BRODENEC, I. - KRÁLIKOVÁ, L. – TAKÁČ, M.: Príprava budúcich učiteľov informatiky na Fakulte prírodných vied ŽU ………………………………………………………………… 72

TRAJTEĽ, Ľ.: GEOGRAFICKÝ INFORMAČNÝ SYSTÉM – aplikácia, vedný odbor, moderný predmet výučby? ………………………………………………………………………… 77

ISBN 80 – 89074 – 82 – 0